

# Teoria dell'omotopia in geometria algebrica

*Simone Borghesi*

Data una varietà algebrica  $X$  definita su un campo  $k$  immergibile in  $\mathbb{C}$ , possiamo considerare la sua  $\mathbb{C}$  realizzazione topologica  $X(\mathbb{C})$ . Essa è uno spazio topologico il cui tipo di omotopia non dipende dalla scelta dell'immersione di  $k$  nei numeri complessi e che possiede una struttura complessa sul fibrato tangente nel caso  $X$  sia liscia. Il teorema di Riemann-Roch mostra come il tipo di omotopia di  $X(\mathbb{C})$  e certi invarianti algebrici della varietà  $X$  non siano indipendenti. In quel risultato, il tipo d'omotopia di  $X(\mathbb{C})$  appare sotto forma di classi caratteristiche del fibrato tangente (classe di Todd). Le tecnologie disponibili oggi permettono di trovare molti altri esempi di relazioni in cui l'omotopia di  $X(\mathbb{C})$  influenza strutture algebriche di  $X$  e viceversa. Curiosamente, anche in questo caso il tipo di omotopia è rappresentato nelle formule da determinate classi caratteristiche (a coefficienti razionali) di  $T_{X(\mathbb{C})}$ , ma il cui grado risulta essere un intero. Nel seminario si discuteranno le tecniche e dei risultati ottenibili in questo contesto.