

**Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica**  
**AL110-Algebra 1 - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola**  
**Esercizi foglio n.1**

**Esercizio 1.** Siano dati gli insiemi  $A = \{a, b, 0, 1, 2, *\}$ ,  $B = \{a, c, *, 1\}$ ,  $C = \{b, c, 0, 3\}$  e  $D = \emptyset$ . Calcolare:

- (i)  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ ;
- (ii)  $[(A \cap B) \cap (C \cup D)] \setminus (A \cup B)$ ;
- (iii)  $(A \cup B \cup C) \cap (B \cup C \cup D)$ .

**Esercizio 2.** Siano  $S$  e  $T$  insiemi. Dimostrare che  $S = T$  se e solo se esiste un insieme  $V$  per cui si abbia  $S \cap V = T \cap V$  e  $S \cup V = T \cup V$ .

**Esercizio 3.** Siano  $S, T, V$  insiemi. Dimostrare che  $S \cap T \subseteq V$  se e solo se  $S \subseteq V \cup (S \setminus T)$ .

**Esercizio 4.** Siano  $S, T$  insiemi. Dimostrare che  $S \setminus (S \setminus T) = S \cap T$ .

**Esercizio 5.** Siano  $S, T, V$  insiemi. Dimostrare che

- (i)  $S \cap (T \cup V) = (S \cap T) \cup (S \cap V)$ ;
- (ii)  $S \cup (T \cap V) = (S \cup T) \cap (S \cup V)$ .

**Esercizio 6.** Siano  $p$  e  $q$  proposizioni. Mostrare che  $\overline{\overline{p} \wedge q} \vee p = \overline{q} \vee p$ .

**Esercizio 7.** Siano  $A$  e  $B$  insiemi. Posto  $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  la differenza simmetrica di  $A$  e  $B$ , provare che  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .

**Esercizio 8.** Siano  $A, B, C$  insiemi. Dimostrare che si ha  $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$ .

**Esercizio 9.** Siano  $S, T, V$  insiemi. Dimostrare che  $(S \setminus T) \setminus V \subseteq S \setminus (T \setminus V)$ . Provare con un esempio che in generale l'inclusione è stretta. Provare infine che vale l'uguaglianza se e solo se  $S \cap V = \emptyset$ .

**Esercizio 10.** Calcolare l'insieme delle parti dell'insieme  $A = \{1, \{1\}, 2\}$ . Calcolare inoltre  $A \cup \mathcal{P}(A)$ ,  $A \cap \mathcal{P}(A)$  e  $\mathcal{P}(A) \setminus A$ .

**Esercizio 11.** Siano  $S, T$  insiemi. Dimostrare che  $S \subseteq T$  se e solo se  $\mathcal{P}(S) \subseteq \mathcal{P}(T)$ .

**Esercizio 12.** Siano  $S, T$  insiemi. Dimostrare che  $\mathcal{P}(S \cap T) = \mathcal{P}(S) \cap \mathcal{P}(T)$ .

**Esercizio 13.** Siano  $S, T$  insiemi. Dimostrare che  $\mathcal{P}(S) \cup \mathcal{P}(T) \subseteq \mathcal{P}(S \cup T)$ . Provare che in generale l'inclusione è stretta. Dimostrare che vale l'uguaglianza se e solo se  $S \subset T$  o  $T \subseteq S$ .

**Esercizio 14.** Dimostrare che  $Card(A \cup B \cup C) = Card(A) + Card(B) + Card(C) - Card(A \cap B) - Card(A \cap C) - Card(B \cap C) + Card(A \cap B \cap C)$ .