

Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
AL110-Algebra 1 - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola  
Esercizi foglio n.3

**Esercizio 1.** Dati  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $Y = \{1, 3, 5\}$ , determinare il grafico della corrispondenza  $\leq$  in  $X \times Y$ .

**Esercizio 2.** Dati  $X = \{2, 3, 4, 7\}$  e  $Y = \{3, 8, 10\}$ , determinare il grafico della corrispondenza  $\mathcal{R}$  in  $X \times Y$ , dove  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $x$  è un divisore di  $y$ .

**Esercizio 3.** Rappresentare graficamente le seguenti relazioni binarie definite in  $\mathbb{R}$ :

- (i)  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $2x - 3y = 6$
- (ii)  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $y > x^2$
- (iii)  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $x^2 + y^2 < 25$  oppure  $x \geq 3$
- (iv)  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $|x| \geq 3$  e  $|y| \leq 2$ .

**Esercizio 4.** Dire se le seguenti relazioni godono delle proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva, totale:

- (i) la perpendicolarità nell'insieme delle rette del piano;
- (ii) l'inclusione tra i sottoinsiemi di un fissato insieme  $X$ ;
- (iii) in  $\mathbb{Z}$ ,  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $x - y$  è un multiplo di 5;
- (iv) in  $\mathbb{Q}$ ,  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $|x| = |y|$ ;
- (v) tra i sottoinsiemi di un insieme  $X$ ,  $A\mathcal{R}B$  se e solo se  $A \cap B = \emptyset$ .

**Esercizio 5.** Elencare tutte le relazioni riflessive definite sull'insieme  $S = \{1, 2\}$ .

**Esercizio 6.** Siano  $X = \{1, 2, 9\}$ ,  $Y = \{4, 5, 8\}$  e  $Z = \{4, 8, 10, 11\}$ . Si considerino le relazioni  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $x \leq y$  in  $X \times Y$  e  $y\mathcal{R}'z$  se e solo se  $y$  è un divisore di  $z$  in  $Y \times Z$ . Determinare il grafico della relazione composta  $\mathcal{R}\mathcal{R}'$ .

**Esercizio 7.** Determinare due insiemi  $X$  ed  $Y$  ed una corrispondenza  $\mathcal{R} \subset X \times Y$  tale che  $\mathcal{R}\mathcal{R}^{-1}$  non sia confrontabile con  $\Delta_X$  e  $\mathcal{R}^{-1}\mathcal{R}$  non sia confrontabile con  $\Delta_Y$ .