

Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
AL110-Algebra 1 - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola  
Esercizi foglio n.9

**Esercizio 1.** Trovare il MCD tra i seguenti numeri interi e scrivere per ciascuno di essi una identità di Bézout:

(i) 625, 375, 110

(ii) 180, 252, 148

(iii) 1080, 1440, 384

(iv) 476, 5656, 8946, 798

**Esercizio 2.** Siano dati i numeri interi  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  non nulli. Provare che:

$$\text{MCD}(a, b, c) = \text{MCD}(\text{MCD}(a, b), c) = \text{MCD}(a, \text{MCD}(b, c))$$

**Esercizio 3.** Siano dati i numeri interi  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  non nulli. Si ponga poi per definizione

$$a\mathbb{Z} = \{ ka \mid k \in \mathbb{Z} \}.$$

Provare che:

(i)  $a\mathbb{Z} \subseteq b\mathbb{Z} \Leftrightarrow b|a$

(ii) Detto  $h = \text{mcm}(a, b)$ , allora  $a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z} = h\mathbb{Z}$ .

(iii)  $\text{mcm}(ac, bc) = |c|\text{mcm}(a, b)$

(iv) Se  $\text{MCD}(a, b) = 1$ , allora  $\text{mcm}(a, b) = |ab|$

(v)  $\text{MCD}(a, b) \cdot \text{mcm}(a, b) = |ab|$

(vi)  $\text{mcm}(a, b) = |b| \Leftrightarrow a|b \Leftrightarrow \text{MCD}(a, b) = |a|$