

Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
AL110-Algebra 1 - A.A. 2018-2019
Esercizi foglio n.7

Esercizio 1. Trovare il MCD tra le seguenti coppie di numeri interi e scrivere per ciascuno di essi una identità di Bézout:

(i) 625, 32

(ii) 180, 252

(iii) -744, 415

(iv) 86, -86

(v) -104, 105

Esercizio 2. Siano dati i numeri interi $a, b, c \in \mathbb{Z}$ non nulli. Provare che:

(i) $\text{MCD}(ab, ac) = |a| \text{MCD}(b, c)$.

(ii) Se $\text{MCD}(a, b) = d$ allora $\text{MCD}(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1$.

(iii) $\text{MCD}(a, b) = 1$ e $\text{MCD}(a, c) = 1$ se e solo se $\text{MCD}(a, bc) = 1$.

(iv) $\text{MCD}(a, b)$ è un divisore di $a - b$.

Esercizio 3. Trovare il MCD tra i seguenti numeri interi e scrivere per ciascuno di essi una identità di Bézout:

(i) 625, 375, 110

(ii) 180, 252, 148

(iii) 1080, 1440, 384

(iv) 476, 5656, 8946, 798

Esercizio 4. Siano dati i numeri interi $a, b, c \in \mathbb{Z}$ non nulli. Provare che:

$$\text{MCD}(a, b, c) = \text{MCD}(\text{MCD}(a, b), c) = \text{MCD}(a, \text{MCD}(b, c))$$