

**Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI**  
**Laurea in Ingegneria Energetica A.A. 2016/17**  
**Prova2 di Analisi Matematica II – 20 Settembre 2017**

1)	2)	3)	4)	5)	Tot.
----	----	----	----	----	------

**N.B.** La parte sovrastante è riservata al docente.

Nome:	Mat.:
-------	-------

*“Avete più paura voi ad emanare questa sentenza che non io nel riceverla.”*  
(G. Bruno)

**AVVERTENZE.** Non è consentito utilizzare, pena l’annullamento della prova, note, libri di testo, appunti, calcolatrici, cellulari, tablet, supporti cartacei o elettronici in genere. Le risposte del primo esercizio non vanno giustificate. Tutte le altre sì ed in maniera chiara e concisa.

**Esercizio 1.**

**Parte A.** Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti.

**A1)** Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,5)} \frac{e^{x^2+(y-5)^2} - 1}{\sqrt{x^2 + (y-5)^2}}$$

- (a) vale 1.
- (b) non esiste.
- (c) vale 5.
- (d) vale 0.

**A2)** Sia data la funzione

$$f(x) = 2xe^{x^2}.$$

Allora  $f^{(7)}(0)$  vale

- (a) 0
- (b)  $\frac{7!}{3}$
- (c)  $3 \cdot 7! \cdot 3!$
- (d) 2

**Parte B.** Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false. Ogni risposta esatta vale 0,5 punti, ogni risposta errata -0,25 punti ed ogni risposta non data 0 punti.

**B1)** Sia  $\gamma$  il segmento che congiunge i punti  $A(1,2)$  e  $B(-1,1)$ .

**V**  **F** La curva  $\gamma$  è chiusa.

**V**  **F** La lunghezza di  $\gamma$  è  $\sqrt{5}$ .

**V**  **F** Si ha che  $\int_{\gamma} |y| ds = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ .

**V**  **F** Una parametrizzazione di  $\gamma$  è data da  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 + 2t, \end{cases}$  al variare di  $t \in [0, 1]$ .

**B2)** Si consideri la superficie:

$$\Sigma : \begin{cases} x = u^2 + v^2 + 1 \\ y = uv - 3 \\ z = u - v + 1 \end{cases}$$

definita al variare di  $(u, v) \in [1, 2] \times [1, 2]$ .

**V**  **F** Il punto  $P(3, -2, 1)$  appartiene a  $\Sigma$ .

**V**  **F** Il vettore  $v = (1, -2, -10)$  è normale a  $\Sigma$  in  $P$ .

**V**  **F** La superficie  $\Sigma$  non contiene l'origine.

**V**  **F** La superficie  $\Sigma$  è regolare in ogni suo punto.

**B3)** Il dominio della funzione di tre variabili

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{z - x^2 - y^2}} - \sqrt{3 - z}$$

è

**V**  **F** connesso.

**V**  **F** aperto.

**V**  **F** chiuso.

**V**  **F** limitato.

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } -\pi < x \leq 0 \\ x & \text{per } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

definita in  $(-\pi, \pi]$  e prolungata per periodicità su tutto l'asse reale. Sia poi  $S(x)$  la funzione somma della serie di Fourier di  $f(x)$ .

- (i) **(3pt)** Trovare lo sviluppo in serie di Fourier di  $f$ .
- (ii) **(3pt)** Calcolare  $S(10\pi)$ ,  $S(3, 14)$  e  $S(-5\pi)$ .

**Esercizio 3.** (i) **(3pt)** Si studino la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{1}{n + 3x^n},$$

per  $x \in [0, +\infty)$ .

- (ii) **(3pt)** Si studino la convergenza puntuale e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n + 3x^n},$$

per  $x \in [0, +\infty)$ .

**Esercizio 4.** Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x(x^2 + y^2 - 3) - y^2.$$

- (i) **(2pt)** Si provi che il punto  $P = (-1; 0)$  è un punto critico per  $f$  e se ne classifichi la natura.
- (ii) **(2pt)** Trovare l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel suo punto  $(1, -1, f(1, -1))$ .
- (iii) **(2pt)** Studiare massimi e minimi locali e assoluti di  $f$  lungo il vincolo dato da  $y = x$ .

**Esercizio 5.** Si consideri la regione dello spazio

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9; \quad x^2 + y^2 \leq 1; \quad z \geq 0; \quad y \geq 0\}.$$

- (i) **(2pt)** Rappresentare graficamente  $W$ .
- (ii) **(2pt)** Descrivere  $W$  utilizzando coordinate cilindriche.
- (iii) **(2pt)** Calcolare l'integrale

$$\iiint_W z \, dx \, dy \, dz.$$