

Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Elettrotecnica A.A. 2017/18
Appello di Geometria – 9 Febbraio 2018
Programma A.A. precedenti

1)	2)	3)	4)	5)	Teoria	Tot.
----	----	----	----	----	--------	------

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Sono dati in \mathbb{R}^4 il sottospazio $U = \mathcal{L}((1, 2, -1, -1), (0, 0, 1, 1))$ e W il sottospazio definito dal sistema omogeneo
$$\begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_1 + x_4 = 0. \end{cases}$$

- (a) **(3pt)** Calcolare la dimensione ed una base di U , W , $U + W$ e $U \cap W$.
- (b) **(1pt)** Stabilire se U e W sono a somma diretta.
- (c) **(1pt)** Completare la base di U ad una base di \mathbb{R}^4 .
- (d) **(1pt)** Determinare una base ortonormale di W .

Esercizio 2. Sia \mathcal{C} la circonferenza del piano avente per diametro il segmento che congiunge i punti $A(2, -3)$ e $B(1, -1)$.

- (a) **(2pt)** Determinare raggio e centro di \mathcal{C} .
- (b) **(1pt)** Determinare l'equazione di \mathcal{C} .
- (c) **(2pt)** Costruire le rette passanti per l'origine che sono tangenti a \mathcal{C} .
- (d) **(1pt)** Calcolare l'area del triangolo AOB .

Esercizio 3. Sia $k \in \mathbb{R}$. Sia dato l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 definito da

$$F(x, y, z) = ((k - 1)x; 7x - 3y; 14x - 4y - z).$$

- (a) **(1pt)** Per quali valori di k l'endomorfismo F è iniettivo?
- (b) **(3pt)** Calcolare la dimensione ed una base di nucleo e immagine di F al variare di k .
- (c) **(2pt)** Calcolare autovalori ed autovettori di F per $k = 0$.

Esercizio 4. Sono dati il piano e la retta

$$\pi : x - 2y + 3z - 1 = 0 \quad \text{e} \quad r : \begin{cases} x - 2y + 3z - 3 = 0. \\ y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

- (a) **(1pt)** Classificare la posizione reciproca tra π ed r .
- (b) **(1pt)** Calcolare la distanza tra π ed r .
- (c) **(2pt)** Determinare, se esiste, una retta s perpendicolare a π e incidente r .
- (d) **(2pt)** Determinare, se esiste, un piano parallelo a π ed r passante per il punto $A(1, 2, -1)$.

Esercizio 5. (6pt) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, discutere e risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + ky + kz - w = 2 \\ 2x + y + z + kw = 0 \\ kx + 2y = 2. \end{cases}$$

Esercizio 6. Sia $F : V \rightarrow V$ un endomorfismo dello spazio vettoriale V .

- (a) **(1pt)** Dare la definizione di autospazio associato ad un autovalore di F .
- (b) **(2pt)** Si dimostri che un autospazio di F è un sottospazio vettoriale di V .

Esercizio 7. (3pt) Classificare le posizioni reciproche tra retta e piano nello spazio e spiegare perché sono solo quelle le configurazioni possibili.