

Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Elettrotecnica A.A. 2017/18
Appello di Geometria – 9 Febbraio 2018
Prova1

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|--------|------|
| 1) | 2) | 3) | 4) | 5) | Teoria | Tot. |
|----|----|----|----|----|--------|------|

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

| | |
|-------|-------|
| Nome: | Mat.: |
|-------|-------|

Esercizio 1. Sia $k \in \mathbb{R}$. Sono dati in \mathbb{R}^4 il sottospazio $U = \mathcal{L}((k, 2, -k, -1), (0, 0, 1, 1))$ e W il sottospazio definito dal sistema omogeneo
$$\begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_1 + x_4 = 0. \end{cases}$$

- (a) **(3pt)** Calcolare la dimensione ed una base di U , W , $U + W$ e $U \cap W$ al variare di k .
- (b) **(1pt)** Per quali valori di k i sottospazi U e W sono a somma diretta?
- (c) **(2pt)** Determinare una base ortonormale di W^\perp .

Esercizio 2. Siano dati il piano $\pi : x + 3y = 1$ ed il punto $A(2, -3, 1)$.

- (a) **(2pt)** Calcolare la distanza di A da π .
- (b) **(2pt)** Determinare l'equazione di tutti i piani distanti 1 da π .
- (c) **(2pt)** Determinare una sfera che individua sul piano π la circonferenza di centro $B(4, -1, 0)$ e di raggio 2.

Esercizio 3. Sia $k \in \mathbb{R}$. Sia dato l'endomorfismo di \mathbb{R}^4 definito da

$$F(x, y, z, t) = ((k - 1)x; 7x - 3y; 14x - 4y - z; kt).$$

- (a) **(2pt)** Calcolare la dimensione ed una base di nucleo e immagine di F al variare di k .
- (b) **(4pt)** Studiare la diagonalizzabilità di F al variare di k .

Esercizio 4. Sono dati il piano e la retta

$$\pi : x - 2y + 3z - 1 = 0 \quad \text{e} \quad r : \begin{cases} x - 2y + 3z - 3 = 0. \\ y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

- (a) **(2pt)** Classificare la posizione reciproca tra π ed r .
- (b) **(2pt)** Calcolare la distanza tra π ed r .
- (c) **(2pt)** Determinare, se esiste, un piano parallelo a π ed r passante per il punto $A(1, 2, -1)$.

Esercizio 5. (6pt) Classificare e portare in forma canonica la conica euclidea

$$\mathcal{C} : 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 2x - 2 = 0$$

Esercizio 6. Sia $F : V \rightarrow V$ un endomorfismo dello spazio vettoriale V .

- (a) **(1pt)** Dare la definizione di autospazio associato ad un autovalore di F .
- (b) **(2pt)** Si dimostri che un autospazio di F è un sottospazio vettoriale di V .

Esercizio 7. (3pt) Classificare le posizioni reciproche tra retta e piano nello spazio e spiegare perché sono solo quelle le configurazioni possibili.