Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Elettrotecnica A.A. 2017/18
Appello di Geometria – 17 Marzo 2018
Programma A.A. precedenti

1)	2)	3)	4)	5)	Teoria	Tot.

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Nome:	Mat.:

Esercizio 1. Sono dati in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio $U = \mathcal{L}((1,2,2,-1),(2,2,0,-2))$ e W il sottospazio definito dal sistema omogeneo $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

(a) (**3pt**) Calcolare la dimensione ed una base di U, W, $U+W$ e $U \cap W$.

(b) (**1pt**) Stabilire se U e W sono a somma diretta.

(c) (**1pt**) Completare la base di U ad una base di $\mathbb{R}^4$.

(d) (**1pt**) Determinare una base ortonormale di W.

Esercizio 2. Sia $\mathcal{C}$ la circonferenza del piano passante per l'origine e i punti $A(0,1)$ e $B(1,-1)$.

(a) (**1pt**) Determinare l'equazione di $\mathcal{C}$.

(b) (**2pt**) Determinare raggio e centro di $\mathcal{C}$.

(c) (**2pt**) Costruire le rette passanti per il punto $P(-1,0)$ che sono tangenti a $\mathcal{C}$.

(d) (**1pt**) Calcolare l'area del triangolo AOB.

Esercizio 3. Sia dato l'endomorfismo F di $\mathbb{R}^4$ associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

rispetto alla base canonica.

(a) (**3pt**) Calcolare la dimensione ed una base di nucleo e immagine di F.

(b) (**3pt**) Calcolare autovalori ed autovettori di F e stabilire se esso è diagonalizzabile.

Esercizio 4. Sono dati il punto $P(-4,0,-2)$ la retta $r: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases}$

(a) (**2pt**) Determinare il piano che contiene P ed r.

(b) (**2pt**) Calcolare la distanza tra P da r.

(c) (**2pt**) Stabilire se la retta r e la retta che congiunge l'origine con P sono incidenti.

Esercizio 5. (**6pt**) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, discutere e risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 2y = k \\ 2x + 4y + kz + w = 2k \\ x + 2y + kz + (k-1)w = 2k. \end{cases}$$

Esercizio 6. Sia $F : V \to V$ un endomorfismo dello spazio vettoriale V.

(a) (**1pt**) Dare la definizione di nucleo di F.

(b) (**2pt**) Si dimostri che il nucleo di F è un sottospazio vettoriale di V.

Esercizio 7. (**3pt**) Siano $v_1, v_2, \ldots, v_n$ dei vettori di uno spazio vettoriale V. Cosa significa che i vettori v_i sono linearmente indipendenti? Trovare, se esistono, tre vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^4$.