

Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
 Laurea in Ingegneria Energetica A.A. 2015/16
 Prova1 di Geometria – 12 Settembre 2016
 Programma 2015/16 – Prof. Cigliola

1)	2)	3)	4)	5)	6)
----	----	----	----	----	----

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, discutere e risolvere il sistema lineare:
$$\begin{cases} kx_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + kx_2 = 1. \\ kx_3 = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. È dato uno spazio vettoriale V di dimensione 3 con base $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ Si consideri l'endomorfismo F di V tale che

$$F(v_1) = v_1 + v_2 - v_3 \quad F(v_2) = 2v_1 + v_3 \quad F(v_3) = 3v_1 + v_2.$$

- (a) Determinare una base dell'immagine e del nucleo di F .
- (b) Dire se F è diagonalizzabile.
- (c) Calcolare la controimmagine del vettore $v_1 + v_2 + v_3$.

Esercizio 3. Portare in forma canonica e classificare la quadrica $\mathcal{Q} : x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - y = 0$.

Esercizio 4. Considerare la curva algebrica $\mathcal{C} : y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x$.

- (a) Determinare i punti impropri di \mathcal{C}
- (b) Provare che \mathcal{C} è una curva liscia.
- (c) Dimostrare che \mathcal{C} non ammette asintoti.
- (d) Calcolare la retta tangente a \mathcal{C} in $P(3, \sqrt{6})$.
- (e) Tracciare il grafico di \mathcal{C} .

Esercizio 5. Si consideri la matrice simmetrica $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Calcolare rango e segnatura di A .
- (b) Determinare una base di Sylvester per A .
- (c) Trovare, se esiste, un vettore isotropo non banale per A .

Esercizio 6. Sono dati i sottospazi $U = \mathcal{L}(x^2 - 2x, -x + 2)$ e $W = \{ax^2 + bx + c \mid a + b - 2c = 0\}$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$.

- (a) Calcolare la dimensione ed una base di $U \cap W$ e $U + W$.
- (b) Completare una base di $U \cap W$ ad una base di $U + W$.
- (c) Dire se $U \oplus W = \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$.