

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova1 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
2 Luglio 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (6pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{5^n}{\log n \cdot n!} \qquad \sum_{n \geq 2} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1-n}$$

Esercizio 2. (8pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x+1|} e^{-x}$$

Esercizio 3. (4pt) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{x^2+1} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Sia dato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + \alpha y'(x) - 2\alpha^2 y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3. \end{cases}$$

- (i) **(5pt)** Determinare, al variare di α , la soluzione $y_\alpha(x)$ del problema di Cauchy dato.
- (ii) **(3pt)** Al variare di α , calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x)$$

Esercizio 5. (4pt) Determinare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{se } x \geq 0 \\ 2 + \int_0^x t \cos t \, dt & \text{se } -\pi < x < 0 \\ \pi(x + \pi) & \text{se } x \leq -\pi \end{cases}$$

Esercizio 6. Una funzione $f(x)$ ha il seguente sviluppo di Mac-Laurin arrestato al quarto ordine:

$$f(x) = 3 + 2x^2 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + o(x^4).$$

- (i) **(2pt)** Calcolare $f^{(3)}(0)$.
- (ii) **(2pt)** Tracciare approssimativamente il grafico di f in un intorno dell'origine.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova2 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
2 Luglio 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (6pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{3^n}{\log(n+1) \cdot n!} \qquad \sum_{n \geq 3} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{2-n}$$

Esercizio 2. (8pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x+2|} e^{-x}$$

Esercizio 3. (4pt) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-1}^0 \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{x^2+1} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Sia dato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + \alpha y'(x) - 2\alpha^2 y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

- (i) **(5pt)** Determinare, al variare di α , la soluzione $y_\alpha(x)$ del problema di Cauchy dato.
- (ii) **(3pt)** Al variare di α , calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x)$$

Esercizio 5. (4pt) Determinare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x - 4 & \text{se } x \geq 0 \\ \int_0^x t \cos t \, dt & \text{se } -\pi < x < 0 \\ \pi(x + \pi) - 2 & \text{se } x \leq -\pi \end{cases}$$

Esercizio 6. Una funzione $f(x)$ ha il seguente sviluppo di Mac-Laurin arrestato al quarto ordine:

$$f(x) = -1 + \frac{2}{3}x^2 + 2x^3 + \frac{1}{2}x^4 + o(x^4).$$

- (i) **(2pt)** Calcolare $f^{(3)}(0)$.
- (ii) **(2pt)** Tracciare approssimativamente il grafico di f in un intorno dell'origine.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova3 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
2 Luglio 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (6pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{e^n}{\log(2n) \cdot (2n)!} \qquad \sum_{n \geq 2} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n}}{1-n}$$

Esercizio 2. (8pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x+1|}}{e^{2x}}$$

Esercizio 3. (4pt) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^e \frac{\log x}{x \cdot \log(ex)} dx.$$

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Sia dato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - \alpha y'(x) - 2\alpha^2 y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

(i) **(5pt)** Determinare, al variare di α , la soluzione $y_\alpha(x)$ del problema di Cauchy dato.

(ii) **(3pt)** Al variare di α , calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x)$$

Esercizio 5. (4pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^{x^2} \frac{e^t}{3\sqrt{t^2+1}} dt$$

Esercizio 6. (4pt) Determinare (se esistono) i valori del parametro reale a affinché la seguente funzione sia continua e derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{se } x \leq 3 \\ a^2 + \int_3^x \frac{5a(t+1)}{t^2+1} dt & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova4 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
2 Luglio 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (6pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n^n}{\log(2n+1) \cdot (2n-1)!} \qquad \sum_{n \geq 4} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n}}{3-n}$$

Esercizio 2. (8pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x-1|}}{e^{2x}}$$

Esercizio 3. (4pt) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^{e^2} \frac{\log x}{x \cdot \log(ex)} dx.$$

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Sia dato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - \alpha y'(x) - 2\alpha^2 y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

- (i) **(5pt)** Determinare, al variare di α , la soluzione $y_\alpha(x)$ del problema di Cauchy dato.
- (ii) **(3pt)** Al variare di α , calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x)$$

Esercizio 5. (4pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_{x^2}^0 \frac{e^t}{3\sqrt{t^2+1}} dt$$

Esercizio 6. (4pt) Determinare (se esistono) i valori del parametro reale a affinché la seguente funzione sia continua e derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{se } x \leq 2 \\ a^2 + \int_2^x \frac{5a(t+1)}{t^2+1} dt & \text{se } x > 2 \end{cases}$$