

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
13 Giugno 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (5pt) Al variare del parametro reale x si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n (2x - 1)^n}{n^2 + n + 1}.$$

Esercizio 2. Sia data la funzione

$$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}.$$

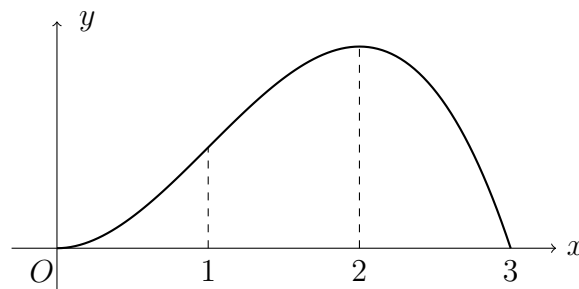
- (i) **(8pt)** Studiare in dettaglio la funzione f e tracciarne il suo grafico.
- (ii) **(1pt)** Calcolare l'immagine di f .
- (iii) **(2pt)** Contare le soluzioni dell'equazione

$$\sin(x\sqrt{4 - x^2}) = 1.$$

Può tornare utile sapere che $\frac{\pi}{2} \simeq 1,5707$.

- (iv) **(2pt)** Calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico di f e l'asse delle ascisse.

Esercizio 3. Sia data una funzione continua e derivabile $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$. In figura abbiamo il grafico della funzione integrale $g(x) = \int_0^x f(t)dt$:



Sappiamo che il grafico della funzione g è tangente all'asse x nell'origine, ha in $x = 1$ un punto di flesso e in $x = 2$ un punto di massimo.

- (i) **(2pt)** Calcolare $f(0)$ ed $f(2)$.
- (ii) **(3pt)** Tracciare sommariamente il grafico di $f(x)$.
- (iii) **(3pt)** Supponendo che la funzione g abbia un'espressione del tipo

$$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

calcolare il valore dei coefficienti a, b, c e d affinché $g(1) = \frac{2}{3}$.

Esercizio 4. (8pt) Si calcolino gli asintoti della funzione $y = f(x)$ che risolve il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} xy' + (x + 1)y = 0 \\ y(1) = \frac{2}{e}. \end{cases}$$