

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Corsi di Laurea SEFA e SG  
Prova1 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018  
21 Giugno 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

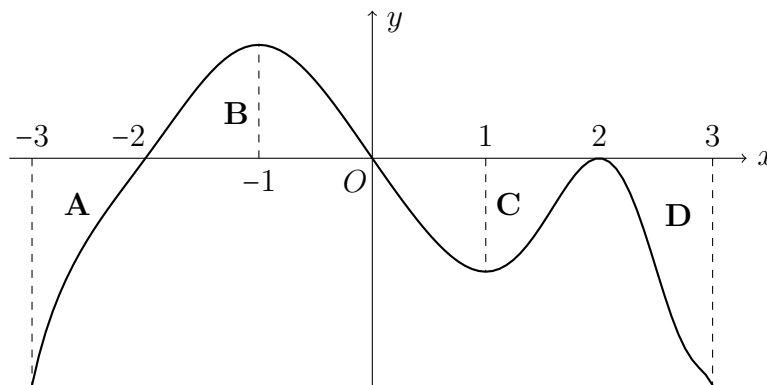
**Esercizio 1. (5pt)** Al variare del parametro reale  $x$  si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(2x^2 - x^4)^n}{n 8^n \log(n+1)}.$$

**Esercizio 2. (8pt)** Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-x} |x^2 - 1|$$

**Esercizio 3.** La funzione derivabile  $y = f(x)$  ha per  $-3 \leq x \leq 3$  il grafico nella figura seguente:



Più precisamente, essa ha un punto di massimo relativo per  $x = -1$  e per  $x = 2$ ; ha un punto di minimo relativo per  $x = 1$ ; taglia l'asse delle ascisse quando  $x = -2, 0, 2$ . Le regioni A, B, C e D hanno area rispettivamente 1, 3, 3, 2. Sia infine  $g(x)$  la primitiva di  $f(x)$  tale che  $g(3) = -5$ .

- (i) **(2pt)** Se  $f(x)$  fosse una funzione di tipo polinomiale, quale dovrebbe essere il suo grado minimo?
- (ii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti di massimo relativo di  $g(x)$ .
- (iii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti in cui  $g(x)$  è convessa.
- (iv) **(2pt)** Calcolare  $g(0)$ .
- (v) **(2pt)** Calcolare, se esiste, il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) + 1}{x}$ .
- (vi) **(2pt)** Calcolare l'integrale  $\int_{-2}^1 [3 \cdot f(2x + 1)] dx$ .

**Esercizio 4. (5pt)** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 3e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 5. (4pt)** Trovare il valore dei parametri reali  $a$  e  $b$  affinché si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1$$

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Corsi di Laurea SEFA e SG  
Prova2 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018  
21 Giugno 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

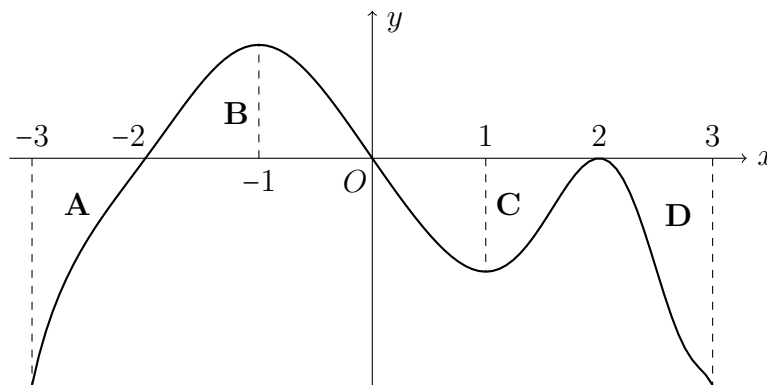
**Esercizio 1. (5pt)** Al variare del parametro reale  $x$  si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(x^2 - x^4)^n}{(n+1) 2^n \log(n+1)}.$$

**Esercizio 2. (8pt)** Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-x} |x^2 - 4|$$

**Esercizio 3.** La funzione derivabile  $y = f(x)$  ha per  $-3 \leq x \leq 3$  il grafico nella figura seguente:



Più precisamente, essa ha un punto di massimo relativo per  $x = -1$  e per  $x = 2$ ; ha un punto di minimo relativo per  $x = 1$ ; taglia l'asse delle ascisse quando  $x = -2, 0, 2$ . Le regioni A, B, C e D hanno area rispettivamente 1, 2, 2, 1. Sia infine  $g(x)$  la primitiva di  $f(x)$  tale che  $g(3) = -2$ .

- (i) **(2pt)** Se  $f(x)$  fosse una funzione di tipo polinomiale, potrebbe avere grado cinque?
- (ii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti di minimo relativo di  $g(x)$ .
- (iii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti in cui il grafico di  $g(x)$  volge la concavità verso l'alto.
- (iv) **(2pt)** Calcolare  $g(0)$ .
- (v) **(2pt)** Calcolare, se esiste, il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) + 3}{x}$ .
- (vi) **(2pt)** Calcolare l'integrale  $\int_0^2 [2 \cdot f(2x - 1)] dx$ .

**Esercizio 4. (5pt)** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 5. (4pt)** Trovare il valore dei parametri reali  $a$  e  $b$  affinché si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 6}{x} = 1$$

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
 Corsi di Laurea SEFA e SG  
 Prova3 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018  
 21 Giugno 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

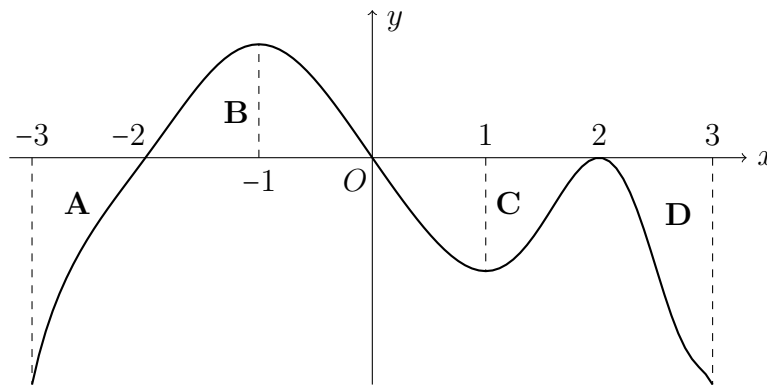
**Esercizio 1. (5pt)** Al variare del parametro reale  $x$  si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(2x^2 - x^4)^n}{n 3^n \log(n+1)}.$$

**Esercizio 2. (8pt)** Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x e^{-|x^3+1|}$$

**Esercizio 3.** La funzione derivabile  $y = f(x)$  ha per  $-3 \leq x \leq 3$  il grafico nella figura seguente:



Più precisamente, essa ha un punto di massimo relativo per  $x = -1$  e per  $x = 2$ ; ha un punto di minimo relativo per  $x = 1$ ; taglia l'asse delle ascisse quando  $x = -2, 0, 2$ . Le regioni A, B, C e D hanno area rispettivamente 1, 3, 3, 2. Sia infine  $g(x)$  la primitiva di  $f(x)$  tale che  $g(3) = 2$ .

- (i) **(2pt)** Se  $f(x)$  fosse una funzione di tipo polinomiale, potrebbe avere grado tre?
- (ii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti in cui  $g(x)$  assume valore massimo e valore minimo.
- (iii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti in cui  $g(x)$  è concava.
- (iv) **(2pt)** Calcolare  $g(0)$ .
- (v) **(2pt)** Calcolare, se esiste, il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 7}{x}$ .
- (vi) **(2pt)** Calcolare l'integrale  $\int_0^1 [2 \cdot f(3x - 1)] dx$ .

**Esercizio 4. (5pt)** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 9y = -2e^{-3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 5. (4pt)** Trovare il valore dei parametri reali  $a$  e  $b$  affinché si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b} - 3}{x} = 1$$

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Corsi di Laurea SEFA e SG  
Prova4 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018  
21 Giugno 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

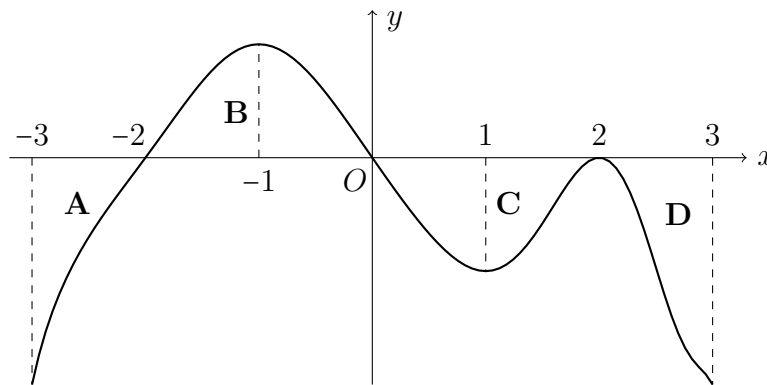
**Esercizio 1. (5pt)** Al variare del parametro reale  $x$  si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(3x^2 - x^4)^n}{n 4^n \log(n+1)}.$$

**Esercizio 2. (8pt)** Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x e^{-|x^3-1|}$$

**Esercizio 3.** La funzione derivabile  $y = f(x)$  ha per  $-3 \leq x \leq 3$  il grafico nella figura seguente:



Più precisamente, essa ha un punto di massimo relativo per  $x = -1$  e per  $x = 2$ ; ha un punto di minimo relativo per  $x = 1$ ; taglia l'asse delle ascisse quando  $x = -2, 0, 2$ . Le regioni A, B, C e D hanno area rispettivamente 2, 3, 3, 2. Sia infine  $g(x)$  la primitiva di  $f(x)$  tale che  $g(3) = -4$ .

- (i) **(2pt)** Se  $f(x)$  fosse una funzione di tipo polinomiale, quale dovrebbe essere il suo grado minimo?
- (ii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti di massimo relativo di  $g(x)$ .
- (iii) **(2pt)** Individuare nell'intervallo  $[-3, 3]$  i punti in cui  $g(x)$  è convessa.
- (iv) **(2pt)** Calcolare  $g(0)$ .
- (v) **(2pt)** Calcolare, se esiste, il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 1}{x}$ .
- (vi) **(2pt)** Calcolare l'integrale  $\int_{-1}^0 [3 \cdot f(3x+1)] dx$ .

**Esercizio 4. (5pt)** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 5. (4pt)** Trovare il valore dei parametri reali  $a$  e  $b$  affinché si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b} - 1}{3x} = 1$$