

Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Elettrotecnica A.A. 2018/19
Prova di intercorso di Geometria

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Sono dati in \mathbb{R}^4 il sottospazio $U = \mathcal{L}((2, 2, 0, 0), (0, 0, -1, -1))$ e W il sottospazio definito dal sistema omogeneo
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

- (a) Calcolare la dimensione ed una base di U , W , $U + W$ e $U \cap W$.
- (b) Stabilire se U e W sono a somma diretta.
- (c) Calcolare un complemento diretto di W .

Esercizio 2. Classificare, al variare di k in \mathbb{R} , la posizione reciproca delle rette

$$r : kx + 2y - k = 0 \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} x = -\frac{1}{2} - kt \\ y = 2t \end{cases}$$

nel piano affine $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$.

Esercizio 3. Discutere e risolvere al variare di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} kx + (k - 1)y + z = 1 \\ (k - 1)y + kz = 1 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare che l'insieme dei polinomi di grado al più tre che hanno la forma

$$ax^3 + (b - a)x^2 + (b + 2a)x - b,$$

per qualche $a, b \in \mathbb{R}$, è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$. Qual è una sua base? e la sua dimensione?

Esercizio 5. Scrivere equazioni cartesiane e parametriche della retta s passante per $P = (1, -3)$ e parallela alla retta $r : \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 3t. \end{cases}$

Esercizio 6. Per quali valori di k si ha che i tre punti

$$A(k, k + 1) \quad B(1, k - 2) \quad C(-1, -1 - k)$$

sono allineati? Per i valori di k trovati, si determini la retta che li contiene.