

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 5 in itinere – 6 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (2pt) Scrivere la tavola di verità della proposizione $\overline{p \vee \overline{q}} \wedge q$.

Esercizio 2. Sia dato l'insieme $A = \{\emptyset, a, \{a, \emptyset\}\}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt) L'insieme A contiene tre elementi.
- (ii) (1pt) L'insieme $\mathcal{P}(A)$ ha più di tre sottoinsiemi.
- (iii) (1pt) $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$.
- (iv) (1pt) $\mathcal{P}(A) \cap A = \emptyset$.

Esercizio 3. Sia dato l'insieme $A = \left\{ (-1)^n \cdot \binom{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

- (i) (2pt) Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di A .
- (iv) (2pt) Determinare la frontiera di A .

Esercizio 4. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$.

Esercizio 5. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \arcsin \frac{x^2 + 5x + 6}{x - 1}$.

Esercizio 6. Si consideri la funzione definita come $f(x) = \frac{\log x}{\log x - 1}$.

- (i) (1pt) Calcolare il dominio naturale D di f .
- (ii) (2pt) Calcolare l'immagine di f .
- (iii) (1pt) Provare che f è iniettiva.
- (iv) (1pt) Calcolare l'inversa della funzione $f: D \rightarrow \text{Im } f$.
- (v) (2pt) Provare che f è decrescente nell'intervallo $(e, +\infty)$ ma non nel suo dominio.

Esercizio 7. (2pt) Sia data la funzione $f(x) = \sin^2 x + 5 \sin x - 3$. Trovare due funzioni g ed h tali che si possa scrivere $f = g \circ h$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x} = 2$.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 6 in itinere – 6 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (2pt) Scrivere la tavola di verità della proposizione $\overline{p \vee \overline{q}} \wedge p$.

Esercizio 2. Sia dato l'insieme $A = \{\emptyset, b, \{a, \emptyset\}\}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) **(1pt)** L'insieme A contiene tre elementi.
- (ii) **(1pt)** L'insieme $\mathcal{P}(A)$ ha otto sottoinsiemi.
- (iii) **(1pt)** $\{b\} \in \mathcal{P}(A)$.
- (iv) **(1pt)** $\mathcal{P}(A) \cap A = \emptyset$.

Esercizio 3. Sia dato l'insieme $A = \left\{ (-1)^n \cdot \binom{n}{n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

- (i) **(2pt)** Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) **(2pt)** Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) **(2pt)** Calcolare i punti di accumulazione di A .
- (iv) **(2pt)** Determinare la frontiera di A .

Esercizio 4. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$.

Esercizio 5. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \arcsin \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$.

Esercizio 6. Si consideri la funzione definita come $f(x) = \frac{\log x}{\log x - 2}$.

- (i) **(1pt)** Calcolare il dominio naturale D di f .
- (ii) **(2pt)** Calcolare l'immagine di f .
- (iii) **(1pt)** Provare che f è iniettiva.
- (iv) **(1pt)** Calcolare l'inversa della funzione $f: D \rightarrow \text{Im } f$.
- (v) **(2pt)** Provare che f è decrescente nell'intervallo $(e^2, +\infty)$ ma non nel suo dominio.

Esercizio 7. (2pt) Sia data la funzione $f(x) = \cos^2 x + 5 \cos x - 3$. Trovare due funzioni g ed h tali che si possa scrivere $f = g \circ h$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x} = 3$.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 7 in itinere – 6 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (2pt) Scrivere la tavola di verità della proposizione $\overline{p \vee q} \wedge \bar{p}$.

Esercizio 2. Sia dato l'insieme $A = \{\emptyset, b, \{a, \emptyset\}\}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt) L'insieme A contiene tre elementi.
- (ii) (1pt) L'insieme $\mathcal{P}(A)$ ha otto elementi.
- (iii) (1pt) $\{\{b\}\} \in \mathcal{P}(A)$.
- (iv) (1pt) $\{\{a\}\} \in \mathcal{P}(A)$.

Esercizio 3. Sia dato l'insieme $A = \left\{ (-1)^n \cdot \frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

- (i) (2pt) Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di A .
- (iv) (2pt) Determinare la frontiera di A .

Esercizio 4. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $\log^2 x - 5 \log x + 4 = 0$.

Esercizio 5. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \arcsin \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}$.

Esercizio 6. Si consideri la funzione definita come $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$.

- (i) (1pt) Calcolare il dominio naturale D di f .
- (ii) (2pt) Calcolare l'immagine di f .
- (iii) (1pt) Provare che f è iniettiva.
- (iv) (1pt) Calcolare l'inversa della funzione $f: D \rightarrow \text{Im } f$.
- (v) (2pt) Provare che f è crescente.

Esercizio 7. (2pt) Sia data la funzione $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x} - 3$. Trovare due funzioni g ed h tali che si possa scrivere $f = g \circ h$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{x} = 2$.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 8 in itinere – 6 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (2pt) Scrivere la tavola di verità della proposizione $\overline{q \vee \overline{p}} \vee \overline{p}$.

Esercizio 2. Sia dato l'insieme $A = \{\emptyset, b, \{a, \emptyset\}\}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) **(1pt)** L'insieme A contiene quattro elementi.
- (ii) **(1pt)** L'insieme $\mathcal{P}(A)$ ha più di dieci sottoinsiemi.
- (iii) **(1pt)** $\{\{b\}\} \in \mathcal{P}(A)$.
- (iv) **(1pt)** $\mathcal{P}(A) \cap A = \emptyset$.

Esercizio 3. Sia dato l'insieme $A = \left\{ (-1)^n \cdot n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

- (i) **(2pt)** Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) **(2pt)** Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) **(2pt)** Calcolare i punti di accumulazione di A .
- (iv) **(2pt)** Determinare la frontiera, la parte interna e la parte esterna di A .

Esercizio 4. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $\log^2 x - 8 \log x + 7 = 0$.

Esercizio 5. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \arcsin \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 1}$.

Esercizio 6. Si consideri la funzione definita come $f(x) = e^{\frac{2x}{x-1}}$.

- (i) **(1pt)** Calcolare il dominio naturale D di f .
- (ii) **(2pt)** Calcolare l'immagine di f .
- (iii) **(1pt)** Provare che f è iniettiva.
- (iv) **(1pt)** Calcolare l'inversa della funzione $f: D \rightarrow \text{Im } f$.
- (v) **(2pt)** Dire se f è crescente.

Esercizio 7. (2pt) Sia data la funzione $f(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{4}{x} + 1$. Trovare due funzioni g ed h tali che si possa scrivere $f = g \circ h$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{x} = 2$.