

Università degli Studi di Roma La Sapienza
Corso di laurea in Ingegneria Energetica
Geometria A.A. 2014-2015
Foglio di esercizi n.15 (prof. Cigliola)

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti coniche si dia la classificazione, si trovi la corrispondente forma canonica (meglio se usando il teorema d'invarianza), la si riduca in forma canonica per mezzo di isometrie e si disegni il suo grafico nel piano cartesiano:

- (i) $\mathcal{C} : 3x^2 - 10xy + 3y^2 - 2x - 2y + 3 = 0;$
- (ii) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 1 = 0;$
- (iii) $\mathcal{C} : x^2 + 5x + 6 = 0;$
- (iv) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 6x + 6y + 6 = 0;$
- (v) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 2y - 3 = 0;$
- (vi) $\mathcal{C} : x^2 + 9y^2 + 6xy + 6x - 2y + 1 = 0;$
- (vii) $\mathcal{C} : x^2 4y^2 + 2x - 3 = 0;$
- (viii) $\mathcal{C} : x^2 - 2y^2 + 4x - 8y - 2 = 0;$
- (ix) $\mathcal{C} : x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0;$
- (x) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y + 1 = 0;$
- (xi) $\mathcal{C} : x^2 + xy = 0;$
- (xii) $\mathcal{C} : x^2 + 4xy + 4y^2 - 5 = 0;$
- (xiii) $\mathcal{C} : x^2 + 6xy + y^2 - 3 = 0;$
- (xiv) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0;$
- (xv) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0;$
- (xvi) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0;$
- (xvii) $\mathcal{C} : 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0;$
- (xviii) $\mathcal{C} : x^2 + 5y^2 + 7 + 8xy + 10x + 11y = 0;$
- (xix) $\mathcal{C} : x^2 - 2xy + 3y^2 = 0;$
- (xx) $\mathcal{C} : xy + y + x = 0;$
- (xxi) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y = 0;$

- (xxii) $\mathcal{C} : x^2 - y + 1 = 0;$
- (xxiii) $\mathcal{C} : 20x^2 - 12xy + 5y^2 - 1 = 0;$
- (xxiv) $\mathcal{C} : 16xy + 8x - 8y^2 = 4y + 1;$
- (xxv) $\mathcal{C} : 5x + y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$
- (xxvi) $\mathcal{C} : x + 5y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$
- (xxvii) $\mathcal{C} : x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0;$
- (xxviii) $\mathcal{C} : 8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0;$
- (xxix) $\mathcal{C} : 3x^2 - 4\sqrt{3}xy + 4y^2 + 2\sqrt{3}x - 4y + 1 = 0;$
- (xxx) $\mathcal{C} : 5x^2 - 2\sqrt{3}xy + 7y^2 - 12\sqrt{3}x + 20y + 36 = 0;$
- (xxxii) $\mathcal{C} : 9x^2 + 6xy + y^2 - 6x - 2y - 39 = 0;$
- (xxxiii) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 12y + 12 = 0;$
- (xxxiiii) $\mathcal{C} : 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x + 6y + 53 = 0.$

Esercizio 2. Al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$, classificare le coniche di tipo:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0.$$

Esercizio 3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + ky^2 + 4xy + 2x + 2y - 1 = 0.$$

Esercizio 4. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + 9y^2 + 2kxy + 2x + 2y = 0.$$

Esercizio 5. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + y^2 + 2kxy + 1 = 0.$$

Esercizio 6. Che tipo di grafico può avere una conica nell'equazione della quale manca una delle due indeterminate? Che tipo di grafico può avere invece se mancano i termini di grado minore di due?