

Sapienza Università di Roma - Corso di Laurea in Ingegneria Energetica
Analisi Matematica II - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola
Foglio n.14 – Integrali tripli

Esercizio 1. Sia H la regione dello spazio definito dalle disequazioni $0 \leq x \leq 2y \leq 2$ e $0 \leq z \leq y + 1$. Calcolare:

(i) $\iiint_H e^x(1+y)z \, dx \, dy \, dz;$ [$\frac{17e^2-31}{16}$]

(ii) $\iiint_H xyz \, dx \, dy \, dz;$ [49/60]

(iii) $\iiint_H dx \, dy \, dz;$ [5/3]

(iv) $\iiint_H (x+y) \, dx \, dy \, dz.$ [7/3]

Esercizio 2. Sia K la regione dello spazio delimitata dalla superficie cilindrica di raggio 1 coassiale con l'asse z , dal piano xy e dal piano di equazione $x + \frac{y}{2} + z = 3$. Calcolare:

(i) $\iiint_K \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz;$ [2π]

(ii) $\iiint_K dx \, dy \, dz;$ [3π]

(iii) $\iiint_K \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx \, dy \, dz.$ [$\frac{\pi}{40}$]

Esercizio 3. Data la semisfera $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, calcolare

$$\iiint_E z \, dx \, dy \, dz.$$

[$\pi/4$]

Esercizio 4. Calcolare mediante l'uso di coordinate cilindriche

$$\iiint_D z \, dx \, dy \, dz,$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq \frac{x^2+y^2}{3}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. [$13\pi/4$]

Esercizio 5. Data la semisfera $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, calcolare

$$\iiint_E (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz.$$

[$4\pi/15$]

Esercizio 6. Calcolare

$$\iiint_D \frac{dx \, dy \, dz}{1 + x^2 + y^2 + z^2},$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

[$\pi(4 - \pi)/8$]

Esercizio 7. Calcolare

$$\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2 - 1) dx dy dz,$$

dove $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 < 2, x^2 + y^2 < z\}$.

$$\left[\frac{\pi(16\sqrt{2}-19)}{60} \right]$$

Esercizio 8. Calcolare

$$\iiint_{\Omega} \frac{x^2}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

dove $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 2, x^2 - y^2 + z^2 < 0, y > 0\}$.

$$\left[\frac{5(4-\sqrt{2})(\pi-2)}{72} \right]$$

Esercizio 9. Si calcoli

$$\iiint_D x^2 dx dy dz,$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

$$[4\pi/15]$$

Esercizio 10. Calcolare

$$\iiint_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz,$$

dove

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}.$$

$$\left[\frac{\pi^2}{4} \right]$$

Esercizio 11. Calcolare

$$\iiint_D xyz^2 dx dy dz,$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, -x \leq z \leq x, x + z \leq y \leq 4\}$.

$$[104/105]$$

Esercizio 12. Calcolare

$$\iiint_D 4zx dx dy dz,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq \sqrt{1 - \frac{y^2}{9}}, 0 \leq x \leq 2\sqrt{1 - \frac{y^2}{9} - z^2} \right\}.$$

$$[16/5]$$

Esercizio 13. Calcolare il baricentro della regione E interna al cilindro $x^2 + y^2 = 2$ e compresa tra il paraboloido $z = x^2 + y^2 - 1$ ed il piano $z = 9 - x - y$.