

Sapienza Università di Roma - Corso di Laurea in Ingegneria Energetica
Analisi Matematica II - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola
Foglio n.19 – Estremi vincolati

Esercizio 1. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^3 + 4xy^2 - 4x$$

sotto la condizione $x^2 + y^2 = 1$.

[Si ha il massimo assoluto nel punto $(-1, 0)$, il minimo assoluto nel punto $(1, 0)$.]

Esercizio 2. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^3 + 4xy^2 - 4x$$

all'interno del cerchio $x^2 + y^2 \leq 1$.

Esercizio 3. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x + y$$

sotto la condizione $x^2 + 4y^2 = 1$.

[Si ha il massimo assoluto nel punto $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{2\sqrt{5}})$, il minimo assoluto nel punto $(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{2\sqrt{5}})$.]

Esercizio 4. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = \sin x + \sin y$$

sotto la condizione $\cos x - \cos y + 1 = 0$.

[Si ha il massimo assoluto nel punto $(\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$, il minimo assoluto nel punto $(\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$.]

Esercizio 5. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 1$$

sotto la condizione $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2 = 0$.

[Si ha il massimo assoluto nel punto $(-\sqrt{2}, 0, 0)$, il minimo assoluto nel punto $(\sqrt{2}, 0, 0)$.]

Esercizio 6. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 1$$

sotto la condizione $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2 \leq 0$.

Esercizio 7. Dimostrare che tra tutti gli ellissoidi che hanno costante la somma dei tre semiassi, la sfera ha il volume massimo.

[Si ricordi che il volume di un ellissoide di semiassi a, b, c è dato da $\frac{4}{3}\pi abc$. Allora va massimizzata la funzione volume sotto la condizione $a + b + c = k$, con k costante non nulla.]

Esercizio 8. Determinare il parallelepipedo retto di dato volume che ha la minima superficie totale.

Esercizio 9. Determinare i punti della curva $x^2 + y^3 + 1 = 0$ che hanno minima distanza dall'origine.

Esercizio 10. Determinare i punti della curva $x^2 + y^2 - 1 = 0$ che hanno minima distanza dall'origine. Interpretare il risultato ottenuto.

Esercizio 11. Sia dato il cilindro $x^2 + y^2 = 1$. Determinare la lunghezza dell'asse trasverso e dell'asse non trasverso dell'ellisse ottenuta segnando il cilindro con il piano $x + y + 2z = 0$.

[Il semiasse trasverso è il segmento che congiunge i punti a massima distanza dal centro dell'ellisse...]

Esercizio 12. Determinare massimi e minimi assoluti della funzione $f(x, y) = e^{xy}$ nel compatto

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 1 \leq y \leq 3\}.$$

[(2, 3) massimo assoluto, (-2, 3) minimo assoluto]