

Esercizio 1. Portare in forma canonica e classificare le seguenti coniche euclidee, specificando per ciascuna di esse l'isometria che l'ha trasformata in forma canonica:

- (i) $\mathcal{C} : 3x^2 - 10xy + 3y^2 - 2x - 2y + 3 = 0;$
- (ii) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 1 = 0;$
- (iii) $\mathcal{C} : x^2 + 5x + 6 = 0;$
- (iv) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 6x + 6y + 6 = 0;$
- (v) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 2y - 3 = 0;$
- (vi) $\mathcal{C} : x^2 + 9y^2 + 6xy + 6x - 2y + 1 = 0;$
- (vii) $\mathcal{C} : x^2 4y^2 + 2x - 3 = 0;$
- (viii) $\mathcal{C} : x^2 - 2y^2 + 4x - 8y - 2 = 0;$
- (ix) $\mathcal{C} : x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0;$
- (x) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y + 1 = 0;$
- (xi) $\mathcal{C} : x^2 + xy = 0;$
- (xii) $\mathcal{C} : x^2 + 4xy + 4y^2 - 5 = 0;$
- (xiii) $\mathcal{C} : x^2 + 6xy + y^2 - 3 = 0;$
- (xiv) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0;$
- (xv) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + xy + x + y + 1 = 0;$
- (xvi) $\mathcal{C} : 2x^2 + 3y^2 + 4xy - x + y = 0;$
- (xvii) $\mathcal{C} : -x^2 - 2y^2 + 3xy + x - 2y + 1 = 0;$
- (xviii) $\mathcal{C} : x^2 + x + 1 = 0;$
- (xix) $\mathcal{C} : x^2 = 0;$
- (xx) $\mathcal{C} : 3x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 4y + 1 = 0;$
- (xxi) $\mathcal{C} : x^2 - 3y^2 + xy + x + 2y - 5 = 0;$
- (xxii) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0;$
- (xxiii) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0;$
- (xxiv) $\mathcal{C} : 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0;$
- (xxv) $\mathcal{C} : x^2 + 5y^2 + 7 + 8xy + 10x + 11y = 0;$
- (xxvi) $\mathcal{C} : x^2 - 2xy + 3y^2 = 0;$
- (xxvii) $\mathcal{C} : xy + y + x = 0;$
- (xxviii) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y = 0;$
- (xxix) $\mathcal{C} : x^2 - y + 1 = 0;$
- (xxx) $\mathcal{C} : 20x^2 - 12xy + 5y^2 - 1 = 0;$
- (xxx1) $\mathcal{C} : 16xy + 8x - 8y^2 = 4y + 1;$
- (xxxii) $\mathcal{C} : 5x + y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$

(xxxiii) $\mathcal{C} : x + 5y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$

(xxxiv) $\mathcal{C} : x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0;$

(xxxv) $\mathcal{C} : 8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0;$

(xxxvi) $\mathcal{C} : 3x^2 - 4\sqrt{3}xy + 4y^2 + 2\sqrt{3}x - 4y + 1 = 0;$

(xxxvii) $\mathcal{C} : 5x^2 - 2\sqrt{3}xy + 7y^2 - 12\sqrt{3}x + 20y + 36 = 0;$

(xxxviii) $\mathcal{C} : 9x^2 + 6xy + y^2 - 6x - 2y - 39 = 0;$

(xxxix) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 12y + 12 = 0;$

(xl) $\mathcal{C} : 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x + 6y + 53 = 0.$

Esercizio 2. Al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$, classificare le coniche di tipo:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0.$$

Esercizio 3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare le seguenti coniche:

(i) $\mathcal{C}_k : x^2 + ky^2 + 4xy + 2x + 2y - 1 = 0$

(ii) $\mathcal{C}_k : x^2 + 9y^2 + 2kxy + 2x + 2y = 0$

(iii) $\mathcal{C}_k : x^2 + y^2 + 2kxy + 1 = 0.$