

Sapienza Università di Roma – Corso di laurea in Ingegneria Energetica
Geometria - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola
Foglio n.26 – Quadriche

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti quadriche, riconoscerne il tipo e darne la forma canonica euclidea:

- (i) $\mathcal{Q}: xy + yz + xz = 0;$ [cono ellittico a punti reali]
- (ii) $\mathcal{Q}: xy + yz + xz = 1;$ [iperboloide a due falde]
- (iii) $\mathcal{Q}: xy + yz + xz = z;$ [iperboloide ad una falda]
- (iv) $\mathcal{Q}: xy + yz = z;$ [paraboloide a sella]
- (v) $\mathcal{Q}: xy + yz = z + x;$ [piani incidenti]
- (vi) $\mathcal{Q}: x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yx = 0;$ [cono ellittico a punti reali]
- (vii) $\mathcal{Q}: x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = 1;$ [ellissoide]
- (viii) $\mathcal{Q}: x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = 0;$ [ellissoide degenerare nell'origine]
- (ix) $\mathcal{Q}: x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz + 1 = 0;$ [ellissoide immaginario]
- (x) $\mathcal{Q}: x = y^2 + 2yz + z^2 + 1;$
- (xi) $\mathcal{Q}: x = y^2 + 2yz + 3z^2 + 1;$
- (xii) $\mathcal{Q}: x = yz;$
- (xiii) $\mathcal{Q}: x^2 + 4xy + 4y^2 - 2 = 0;$
- (xiv) $\mathcal{Q}: x^2 - 2xy + 2y^2 + 2yz + z^2 - 2y + 2 = 0;$
- (xv) $\mathcal{Q}: x^2 - 2xy + 2y^2 + 2yz + z^2 = 0;$
- (xvi) $\mathcal{Q}: x^2 - 2xy + 2y^2 + 2yz + z^2 + 1 = 0;$

Esercizio 2. Per ciascuna delle seguenti quadriche, descrivere le intersezioni con i piani paralleli ai tre piani coordinati ($x = 0$, $y = 0$, $z = 0$) e stabilire il tipo di quadrica:

- (i) $x = 2y^2 - y$
- (ii) $4y^2 + 9x^2 - 1 = -z^2$
- (iii) $x = z^2 - 4y^2$
- (iv) $z^2 + y^2 + 1 = 3x$
- (v) $2x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 12$
- (vi) $6x^2 - 9y^2 - 4z^2 = 36$

Esercizio 3. Un edificio ha la forma di un cilindro a base ellittica sormontato da un paraboloide ellittico (orientato verso il basso) con la base coincidente con la base superiore del cilindro. Sapendo che il cilindro è alto 3m, che i semiassi dell'ellisse di base misurano 4m e 8m e che la struttura è alta complessivamente 10m, determinare l'equazione del profilo del cilindro e del paraboloide che delineano l'edificio.