

**Sapienza Università di Roma - Corso di Laurea in Ingegneria Energetica**  
**Geometria - A.A. 2016-2017 – prof. Cigliola**  
**Foglio n.2 – Algebra lineare in  $\mathbb{R}^n$**

**Esercizio 1.** Costruire almeno due combinazioni lineari dei seguenti insiemi di vettori:

(i)  $v_1 = (0, 0)$ ,  $v_2 = (1, -1)$  in  $\mathbb{R}^2$ . [il vettore nullo e  $v = v_1 + v_2 = (1, -1)$ ]

(ii)  $v_1 = (1, 1)$ ,  $v_2 = (-1, 2)$  in  $\mathbb{R}^2$ . [  $v = v_1 + v_2 = (0, 3)$  e  $w = v_1 - v_2 = (2, -1)$ ]

(iii)  $v_1 = (-1, 1)$ ,  $v_2 = (1, 2)$ ,  $v_3 = (0, -1)$  in  $\mathbb{R}^2$ .

(iv)  $v_1 = (1, 0, 1)$ ,  $v_2 = (1, 1, 1)$ ,  $v_3 = (2, 1, 2)$  in  $\mathbb{R}^3$ .

(v)  $v_1 = (1, 0, 1)$ ,  $v_2 = (1, 1, -1)$ ,  $v_3(2, 4, 0)$ ,  $v_4 = (1, 0, 7)$  in  $\mathbb{R}^3$ .

[ $v = v_1 = (1, 0, 1)$  e  $w = v_1 + v_2 = (2, 1, 0)$ ]

**Esercizio 2.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (-1, 2)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (1, 1)$  e  $v_2 = (1, 2)$ .

[Impostando l'uguaglianza  $w = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$  e risolvendo il sistema che ne risulta, si ottiene  $\lambda_1 = -4$  e  $\lambda_2 = 3$ .]

**Esercizio 3.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (-1, 2)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (1, 1)$ ,  $v_2 = (1, 2)$  e  $v_3 = (2, -1)$ .

[  $w = -4v_1 + 3v_2 + 0v_3$ ]

**Esercizio 4.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (-1, 1)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (-1, 1)$  e  $v_2 = (-2, 1)$ .

[  $w = v_1 + 0v_2$ ]

**Esercizio 5.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (1, \pi)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (-1, 1)$  e  $v_2 = (1, -1)$ .

[impossibile]

**Esercizio 6.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (1, 2, -1)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (1, 0, 0)$ ,  $v_2 = (1, 1, 0)$  e  $v_3 = (1, 1, 1)$ .

[  $w = -v_1 + 3v_2 - v_3$ ]

**Esercizio 7.** Scrivere, se possibile, il vettore  $w = (1, 2, -1)$  come combinazione lineare dei vettori  $v_1 = (1, -1, 0)$  e  $v_2 = (1, 1, 1)$ .

[impossibile]

**Esercizio 8.** Stabilire se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti:

(i)  $v_1 = (0, 0)$ ,  $v_2 = (1, 1)$  in  $\mathbb{R}^2$ . [lin. dip.]

(ii)  $v_1 = (1, -1)$ ,  $v_2 = (-1, 2)$  in  $\mathbb{R}^2$ . [lin. indep.]

(iii)  $v_1 = (1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 2)$ ,  $v_3 = (0, 1)$  in  $\mathbb{R}^2$ . [lin. dip.]

(iv)  $v_1 = (1, 0, -1)$ ,  $v_2 = (1, -1, 1)$ ,  $v_3 = (2, 1, -2)$  in  $\mathbb{R}^3$ . [lin. indep.]

(v)  $v_1 = (1, 0, 1)$ ,  $v_2 = (1, 1, -1)$ ,  $v_3(2, 4, 0)$ ,  $v_4 = (1, 0, 7)$  in  $\mathbb{R}^3$ . [lin. dip.]

(vi)  $v_1 = (-1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, -1, -1)$  in  $\mathbb{R}^3$ . [lin. indep.]

**Esercizio 9.** Dopo aver verificato che i vettori di  $\mathbb{R}^4$   $v_1 = (1, 0, 0, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, 1, 0)$ ,  $v_3 = (-1, 0, 0, 2)$ ,  $v_4 = (0, 0, 2, -1)$  e  $v_5 = (0, 1, -1, 0)$  sono linearmente dipendenti, scrivere uno di essi come combinazione lineare dei rimanenti.