

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Foglio n.7 – Funzioni continue

Esercizio 1. Dire se le seguenti funzioni sono continue:

$$(i) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{per } x \geq 1 \\ 3x - 1 & \text{per } x < 1 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$(ii) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{per } x > -3 \\ -\log|x| & \text{per } x < -3 \end{cases} \quad [\text{sì}]$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} -3x^3 + 2x - 1 & \text{per } x \geq -1 \\ 3x - 1 & \text{per } x < -1 \end{cases} \quad [\text{no}]$$

Esercizio 2. Studiare la continuità delle seguenti funzioni al variare del parametro reale a :

$$(i) f(x) = \begin{cases} 5x - 1 & \text{per } x \geq 0 \\ 2x - a & \text{per } x < 0 \end{cases} \quad [a = 1]$$

$$(ii) f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \sqrt{x} + 1 & \text{per } x \geq 1 \\ 2x - a & \text{per } x < 1 \end{cases}$$

$$(iii) f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + a & \text{per } x > 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{per } -2 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad [a = \sqrt{2}]$$

Esercizio 3. Spiegare perché la seguente funzione non è continua in alcun punto del suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x \in [-1, 3] \cap \mathbb{Q} \\ 0 & \text{per } x \in [-1, 3] \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$$

Esercizio 4. Determinare i punti in cui la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x \in \mathbb{Q} \\ \sin x & \text{per } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

[solo per $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$]