

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola  
Simulazione d'esame

Nome:	Mat.:
-------	-------

**Esercizio 1. (5pt)** Al variare del parametro reale  $x$  si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n}.$$

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x) = e^{-x}(x^2 - 1).$$

- (i) Studiare in dettaglio la funzione  $f$  e tracciarne il suo grafico.
- (ii) Al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , contare le soluzioni dell'equazione  $f(x) - k = 0$ .
- (iii) Calcolare l'immagine di  $f$ .
- (iv) Calcolare la controimmagine dell'insieme  $[-1, 1)$ .

**Esercizio 3.** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6(\sin x - x) + x^3}{x^5}.$$

Calcolare poi, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6(\sin x - x) + x^3}{x^\alpha}.$$

**Esercizio 4.** Dimostrare che la funzione

$$F(x) = \int_0^{x^2+2x} \operatorname{arctgt} t \, dt$$

ha un punto di massimo e due punti di minimo locale. Calcolare il valore del massimo locale di  $F$  e stabilire se è anche un massimo assoluto per  $F$ .

**Esercizio 5.** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 5(x-1)e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -2. \end{cases}$$