

Università degli Studi Roma Tre
Corso di laurea in Matematica A.A. 2013-2014
GE110 - Geometria 1
Foglio n.8 - Antonio Cigliola

Esercizio 1. Calcolare il determinante delle seguenti matrici. Di quelle invertibili, si determini l'inversa.

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(iii) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(iv) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(v) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(vi) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(vii) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(viii) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Si dimostri per induzione una formula per il calcolo del determinante della matrice di tipo $n \times n$, con $n \geq 2$, che ha 2 sulla diagonale principale ed 1 altrove.

Esercizio 3. Si dimostri per induzione una formula per il calcolo del determinante della matrice di tipo $n \times n$, con $n \geq 2$, che ha 2 sulla diagonale principale, -1 sulla sopradagonale e sulla sottodagonale e 0 altrove.

Esercizio 4. Risolvere i seguenti sistemi lineari in \mathbb{R} usando la regola di Cramer:

$$(i) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \\ 2x + y + 6z = 0 \end{cases}$$

$$(ii) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y - z = 1 \\ -x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$(iii) \begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(iv) \begin{cases} -x + z = -2 \\ x + z = 0 \\ x + y = 3 \\ x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Esercizio 5. Discutere e risolvere i seguenti sistemi lineari parametrici in \mathbb{R} :

$$(i) \begin{cases} kx + y = 3 \\ x - ky = 2k - 1 \end{cases}$$

$$(ii) \begin{cases} ax + y = a \\ x + by = b \end{cases}$$

$$(iii) \begin{cases} x + 2y + hz - t = h \\ (h - 1)x + (1 - h)z = h \\ x + 3y + z - ht = h \end{cases}$$

$$(iv) \begin{cases} 3x - ay + 2z = 0 \\ ax - 3ay + 2az = 0 \end{cases}$$

$$(v) \begin{cases} ax + by = 1 \\ x + y = a \end{cases}$$

$$(vi) \begin{cases} ax + y + 3z = 0 \\ x + ay + 3z = 0 \\ x + 3y + az = 0 \end{cases}$$

$$(vii) \begin{cases} kx + y + z = k - 2 \\ x + ky + z = k - 1 \\ x + y + kz = k - 1 \end{cases}$$

$$(viii) \begin{cases} ax_2 + 3x_3 - ax_4 = 0 \\ ax_1 + 2ax_2 - x_3 = 0 \\ ax_1 + ax_2 - 4x_3 + ax_4 = 0 \end{cases}$$

$$(ix) \begin{cases} kx + z = 1 \\ x + z = 1 \\ hx + kz = h + k \\ hx + y = h \\ kx + y = k \end{cases}$$