Università degli Studi Roma Tre
Corso di laurea in Matematica A.A. 2013-2014
GE110 - Geometria 1
Foglio n.9 - Antonio Cigliola

Esercizio 1. Siano K un campo ed $x_1, x_2, \dots, x_n \in K$, con $n \geqslant 2$. Dimostrare che

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ 1 & x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ & & & & \\ 1 & x_1^n & x_2^n & \dots & x_n^n \end{pmatrix} = \prod_{1 \leqslant i < j \leqslant n} (x_j - x_i)$$

Esercizio 2. Usando il principio dei minori orlati, calcolare il rango delle seguenti matrici:

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}$

Esercizio 3. Alvariare di $k \in \mathbb{R}$, usando il principio dei minori orlati per calcolare il rango delle seguenti matrici:

(i) $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 2 & k & -1 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & k & 1 \\ -k & 0 & 1 & k & 0 \end{pmatrix}$.