Università degli Studi Roma Tre
Corso di laurea in Matematica A.A. 2014-2015
GE210 - Geometria 2
Esercitazione n.1

Esercizio 1. Determinare, se esiste, l'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{Q})$ tale che

$$f(0,0) = (1,-1), \qquad f(1,0) = (3,-1), \qquad f(0,1) = (2,2).$$

Esercizio 2. Determinare, se esiste, l'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{Q})$ tale che

$$f(2,1) = (1,2), \qquad f(-1,-1) = (1,1), \qquad f(0,1) = (2,-1).$$

Esercizio 3. Esiste un'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(2,1) = (2,1), \qquad f(1,1) = (0,0), \qquad f(0,1) = (-1,1)?$$

In caso affermativo, scriverne le equazioni e stabilire se è unica.

Esercizio 4. Esiste un'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(2,1) = (2,1), \qquad f(1,-1) = (0,0), \qquad f(0,1) = (-1,1)?$$

In caso affermativo, scriverne le equazioni e stabilire se è unica.

Esercizio 5. Esiste un'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(2,1) = (2,2), \qquad f(-1,-1) = (0,-1)?$$

In caso affermativo, scriverne le equazioni e stabilire se è unica.

Esercizio 6. Determinare, se esistono, tutte le affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tali che

$$f(1,2) = (1,2), \qquad f(1,-1) = (0,1).$$

Esercizio 7. Determinare, se esistono, tutte le affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tali che

$$f(1,2) = (1,2), \qquad f(1,-1) = (1,-1).$$

Esercizio 8. Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, tutte le affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tali che

$$f(0,2) = (1,k), \qquad f(1,0) = (1,k) \qquad f(-1,1) = (1,k).$$

Esercizio 9. Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, tutte le affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tali che

$$f(0,2) = (1,k), \qquad f(0,0) = (0,0) \qquad f(0,1) = (-1,1).$$

Esercizio 10. Siano date tre rette r_1, r_2, r_3 nel piano affine reale che si intersecano a due a due in tre punti distinti. Siano date poi s_1, s_2, s_3 tre rette del piano che si intersecano a due a due in tre punti distinti. Dimostrare che esiste ed è unica l'affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(r_i) = s_i$, per ogni $i = 1, 2, 3$.

Esercizio 11. Nel piano affine reale siano date le rette:

$$r_1 : \ x = 1 \qquad r_2 : \ y = x \qquad r_3 : \ y = -2$$

e

$$s_1 : \ 2x - y = 0 \qquad s_2 : \ x + y = 0 \qquad s_3 : \ 2x + y = 1$$

Determinare, se esiste, un'affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(r_i) = s_i$, per ogni $i = 1, 2, 3$.

Esercizio 12. Nel piano affine $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ si considerino le rette $r : y = 0$, $s : y = 1$, $t_1 : y = x$ e $t_2 : x = 3$. Si determini un'affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(r) = r, \qquad f(s) = s, \qquad f(t_1) = t_2.$$

Esercizio 13. Nel piano affine reale siano date le rette:

$$r_1 : \ x = 1 \qquad r_2 : \ x = 2 \qquad r_3 : \ x = -3$$

e

$$s_1 : \ 2x - y = 0 \qquad s_2 : \ x + y = 0 \qquad s_3 : \ -x + y = 0$$

Determinare, se esiste, un'affinità $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(r_i) = s_i$, per ogni $i = 1, 2, 3$.

Esercizio 14. Determinare un'affinità f del piano reale che fissa la retta $r : \ y = x$, ovvero tale che $f(r) = r$.

Esercizio 15. Determinare tutte le affinità f del piano reale che fissano il punto $(0, 0)$, ovvero tali che $f(0, 0) = (0, 0)$.

Esercizio 16. Sia $\mathbb{A}$ uno spazio affine su V di dimensione n. Siano $\{ P_0, \ P_1, \ \dots \ , \ P_n \}$ e $\{ Q_0, \ Q_1, \ \dots \ , Q_n \}$ due $(n+1)$-ple di punti indipendenti di $\mathbb{A}$. Allora esiste un'unica affinità $f : \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ tale che $f(P_i) = Q_i$, per ogni $i = 1, \dots, n$.