

# Tutorato di GE210

Tutori: Sabrina Capaldi & Andrea Lelli

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
Tutorato 8 - 2 Dicembre 2014

1. In ciascuno dei seguenti casi determinare un'equazione cartesiana della retta di  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$  contenente i punti assegnati:

- $[-1, \pi, 1]; [i, 3, 2i]$
- $[i, \pi^2, 2i]; [1, 2, 2]$
- $[i, i, i]; [i^7, i^7, i]$

2. Determinare il punto improprio (rispetto a  $X_0$ ) e equazioni in coordinate omogenee di ciascuna delle seguenti rette di  $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ :

- a)  $iX - Y = 0$       b)  $X + 5Y + \pi^e = 0$   
c)  $\pi^\pi X + \pi^{\frac{1}{\pi}} = 0$       d)  $\pi X + e = 0$   
e)  $Y + 6 = 0$       f)  $X - 2Y = 0$

3. Determinare equazioni in coordinate non omogenee di ciascuna delle seguenti rette di  $\mathbb{P}^2$ :

- a)  $iX_1 - X_2 + 3iX_0 = 0$       b)  $X_0 + X_1 - iX_2 = 0$   
c)  $5X_0 + X_1 + 3iX_2 = 0$       d)  $(1 - i)^i X_0 + \frac{2}{(i+1)^2} X_2 = 0$

4. Determinare chiusura proiettiva e punti impropri delle curve di  $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$  di equazioni:

- a)  $X + 2Y^2 - 1 = 0$       b)  $X^2Y^2 - 1 = 0$   
c)  $3Y + XY + XY^2 = 0$       d)  $X^2Y - XY^2 + X^2 - Y = 0$   
e)  $X - X^2 + Y - 3 = 0$       f)  $X + Y + X^2Y + XY^2 + X^2Y^2 = 0$   
g)  $1 - X^2 + XY = 0$       h)  $X^2 - 1 + Y = 0$   
i)  $X^2 + Y^2 + 4XY + X + 2Y + 1 = 0$

5. Verificare se le rette di  $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ :

$$\begin{aligned} & \bullet r : \begin{cases} X_0 - X_1 + X_2 = 0 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 = 0 \end{cases} & s : \begin{cases} X_0 + X_2 - 3X_3 = 0 \\ X_0 - 2X_1 - 2X_2 = 0 \end{cases} \\ & \bullet r : \begin{cases} iX_0 + X_2 = 0 \\ X_1 - (i-1)X_3 = 0 \end{cases} & s : \begin{cases} X_0 + X_1 + X_2 + X_3 = 0 \\ X_0 - X_1 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

sono sghembe oppure incidenti.