

# Tutorato di GE210

Tutori: Sabrina Capaldi & Andrea Lelli

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
Tutorato 9 - 9 Dicembre 2014

1. Determinare la proiettività  $f$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})$  tale che:  
 $f([1, 1]) = [1, -1]$ ,  $f([1, 0]) = [3, -1]$ ,  $f([0, 1]) = [2, 2]$ .  
Trovare l'insieme dei punti fissi di  $f$ . Scrivere le equazioni delle proiettività inversa  $f^{-1}$ .
2. Determinare, se esiste, la proiettività  $f$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})$  tale che:  
 $f([2, 1]) = [1, 2]$ ,  $f([-1, -1]) = [1, 1]$ ,  $f([0, 1]) = [2, -1]$ .  
Trovare l'insieme dei punti fissi di  $f$ . Scrivere le equazioni della proiettività inversa  $f^{-1}$ .
3. Determinare l'espressione della proiettività di  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  che (in coordinate proiettive) manda i punti  $[1, 1, -2]$ ,  $[0, 1, 1]$ ,  $[0, -1, 0]$ ,  $[1, 0, 1]$  rispettivamente in  $[1, 2, -3]$ ,  $[1, 1, 1]$ ,  $[1, -1, 1]$ ,  $[3, 0, 2]$ .
4. Determinare i punti fissi e rette invarianti della proiettività rappresentata dalla matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Si consideri la proiettività  $F$  di  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  associata alla matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinare i punti fissi di  $F$ . Provare inoltre che la retta  $X_0 = 0$  è fissata da  $F$  mentre la retta  $X_2 = 0$  è un luogo di punti fissi per  $F$ .

6. Sia assegnata la conica  $x^2 - y^2 + x - 1 = 0$ , determinare la controimmagine mediante la proiettività rappresentata dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Classificare le seguenti coniche proiettive e per ciascuna di esse determinare i punti impropri (rispetto ad  $X_0$ ), dare la loro forma canonica e trovare una proiettività di  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  che le porta in forma canonica:

- $X_0^2 + 2X_1^2 + X_3^2 = 0$
- $X_1^2 - X_2^2 + X_0X_1 - X_0^2 = 0$
- $X_0X_1 + X_0X_2 + X_1X_2 = 0$
- $X_0^2 + 2X_0X_2 - 2X_1X_2 = 0$
- $X_1^2 - 2X_1X_2 + 2X_2X_0 - X_0^2 = 0$