Sistemi di ODE

Consideriamo il sistema di *equazioni differenzuiali ordinarie*:

$$\begin{cases} y_1' = f_1(t, y_1, y_2) \\ y_2' = f_2(t, y_1, y_2) \end{cases},$$

con le condizioni iniziali $y_1(0) = y_1^0, y_2(0) = y_2^0$.

Quello che si vuole fare consiste nel determinare due funzioni $y_1(t)$ e $y_2(t)$ che verifichino il sistema $\forall t$.

Una possibile routine in Matlab per risolvere il problema é:

[t,y]=ode45(@f,[t0 tf],[y10; y20])

dove ode45 é una routine in Matlab per la risoluzione di eqauzioni differenziali, [t0,tf] é l'interavllo temporale d'integrazione, [y10; y20] sono le condizioni iniziali, @f sono le funzioni f_1 ed f_2 che compaiono nei membri a destra del sistema iniziale e [t,y] sono i nodi (t) su cui é stata effettuata l'integrazione e le funzioni (y) soluzioni del problema numerico.

Scriviamo adesso una possibile funzione Matlab in cui saranno salvate le f che chiameremo LV, questa funzione é di fatto quella che compare nel famoso sistema di *Lotka-Volterra* che modellizza la dinamica di due popolazioni *prede-predatori* che vivono a contatto in un sistema isolato.

```
function [z]=LV(t,y)
z=[0.25*y(1)-0.01*y(2)*y(1);-y(2)+0.01*y(1)*y(2)];
```

salvando l'm-file come LV.m si puó eseguire l'istruzione

```
>> [t,y]=ode45(@LV,[0 30],[80; 30])
```

e fare un grafico delle soluxioni y_1 e y_2 sul piano (t, y) oppure sul piano (y_1, y_2) (piano delle fasi)

```
>> plot(t,y(:1),t,y(:,2))
>> plot(y(:1),y(:,2))
```

Quello che si noterá dal secondo grafico é che si genera una curva chiusa (la dinamica é ciclica) e liscia, ma questo dipenderá dalla precisione con la quale abbiamo scelto di eseguire i calcolo in Matlab, difatti in default Matlab ottimizza il codice scegliendo esso stesso la precisione migliore, mentre é anche possibile dare le tolleranze nei calcoli da utente con il comando *odeset*, la sintassi é la seguente e va anteposta a tutto il codice scritto, la salveremo in una struttura che chiameremo *opzioni*:

```
>> opzioni=odeset('AbsTol',10e-3,'RelTol',10e-2)
```

con queste opzioni i calcoli saranno eseguiti con una *Tolleranza Assoluta* pari a 10^{-3} ed una *Tolleranza Relativa* pari a 10^{-2}, eseguendo la routine con le nuove opzioni

```
>> [t,y]=ode45(@LV,[0 30],[80; 30],opzioni)
```

si noterá che la soluzione sul piano delle fasi sará una curva né liscia né chiusa, questo perché i calcoli sono stati eseguiti con precisioni troppo grossolane, basterá allora agire sulle opzioni utilizzando tolleranze piú piccole

Esercizio Risolvere l'equazione (oscillatore) di van der Pol

$$y'' - \mu(1-y)y' + y = 0,$$

dove μ é un parametro maggiore di zero che rappresenta quanto é forte lo smorzmento, con le condizioni inizali $y(0) = y_0$ e $y'(0) = y_0'$