

Esercitazione di Geometria 2 (GE210), a. a. 2013/14
Corso di Laurea in Matematica
Università degli studi Roma Tre

Foglio n° 6
GEOMETRIA ANALITICA

Esercizio 1. Nello spazio \mathbb{E}^2 con riferimento cartesiano ortonormale $RC(O, e_1, e_2)$ si considerino le due rette r_k e s_k di equazione

$$r_k : 2kx + (k^2 - 1)y - 3 = 0 \quad \text{e} \quad s_k : x + y + k = 0$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$. Determinare i valori di k per cui:

- (i) r_k e s_k formano un angolo di ampiezza $\pi/4$;
- (ii) r_k e s_k sono parallele e, in tal caso, determinare la distanza fra r_k e s_k .

Esercizio 2. Sia \mathbb{E}^3 lo spazio tridimensionale euclideo e sia $RC(O, e_1, e_2, e_3)$ un riferimento cartesiano ortonormale. Dato il punto $P(1, 1, 2)$ e la retta r di equazioni

$$r : \begin{cases} x = z + 1 \\ y = 2z \end{cases}$$

determinare:

- (i) la distanza di P da r ;
- (ii) il punto P' simmetrico di P rispetto a r ;
- (iii) le equazioni della retta per P , ortogonale a r e parallela al piano di equazione $x + y - 1 = 0$.

Esercizio 3. Nello spazio \mathbb{E}^3 con riferimento cartesiano ortonormale $RC(O, e_1, e_2, e_3)$ si considerino la retta r_k ed il piano π rispettivamente di equazioni

$$r_k : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = kt \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi : x + y + z + 1 = 0.$$

dove $k \in \mathbb{R}$. Determinare i valori di k per cui:

- (i) r_k e π sono incidenti e, in tal caso, determinare l'angolo α da essi formato;
- (ii) r_k e π sono parallele e, in tal caso, determinare la distanza fra π e r_k .

Esercizio 4. Sia \mathbb{E}^3 con riferimento ortonormale $RC(O, e_1, e_2, e_3)$. Si considerino le rette r ed s rispettivamente di equazioni

$$r : \begin{cases} x + z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

- (i) Verificare che r ed s sono sghembe.
- (ii) Calcolare l'angolo θ che esse formano.
- (iii) (**più difficile**) Determinare la retta di minima distanza tra r ed s e calcolare la distanza.

Esercizio 5. Nello spazio \mathbb{E}^2 con riferimento ortonormale $RC(O, e_1, e_2)$ si considerino i punti $P(2, 1)$, $Q(-2, 1)$ e $R(0, 3)$. Determinare l'equazione della circonferenza \mathcal{C} passante per P , Q e R .

Esercizio 6. Nello spazio \mathbb{E}^3 con riferimento ortonormale $RC(O, e_1, e_2, e_3)$ si considerino i punti $P(1, 2, 1)$ e $Q(1, 0, 3)$. Trovare l'equazione della circonferenza \mathcal{C} passante per P e Q ed avente centro sull'asse delle y .