

**Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre**  
**Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici**  
**ESONERO del 17 novembre 2015**

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_  
MATRICOLA: \_\_\_\_\_ CORSO SINGOLO (scrivere SI/NO): \_\_\_\_

**Attenzione:** Riportare le risposte negli spazi (se necessario utilizzando anche il retro dei fogli) e non consegnare altri fogli. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

**ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)**

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)  $\frac{|2x+1|}{x+2} \leq -\frac{2}{x+2};$

(2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > 0$

**ESERCIZIO 1 (8 punti)**

Dato l'insieme

$$A = \{3 - 4x \mid \log_3(2x - 1) \leq 1\}$$

determinare  $\sup A$  e  $\inf A$ . Stabilire inoltre se gli estremi trovati sono rispettivamente massimo e minimo dell'insieme.

**ESERCIZIO 2 (8 punti)**

Date le successioni

$$a_n = \frac{\log_2 n - n!}{e^n - (-1)^n} \quad \text{e} \quad b_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{3n}$$

calcolare

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ;
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)$ .

**ESERCIZIO 3 (8 punti)**

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{(k+2)x} - 1}{x} & x > 0, \\ 2 & x = 0 \\ (k+2)\left(1 + \frac{k}{x}\right) & x < 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di  $f(x)$  al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ . Classificare tutte le eventuali discontinuità.

**ESERCIZIO 4 (8 punti)**

Data la successione

$$a_n = \frac{-2n^2 + 3n}{n^2 + 2}$$

(1) calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;

(2) verificare il limite usando la definizione.