

Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16
Prof. Fabio Felici
Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre

Foglio n° 3
LIMITI DI FUNZIONI

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti funzioni, studiare la continuità al variare del parametro. Classificare tutte le eventuali discontinuità:

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} kx^2 - 2x & x \geq 1, \\ x - k^2 - 1 & x < 1. \end{cases} ;$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 2kx + 2 & x > 2, \\ kx^2 - 4k + 1 & x \leq 2. \end{cases} ;$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} |bx - 3| & x < 1, \\ x^2 - b & x \geq 1. \end{cases} ;$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \sin(bx) & x < \frac{\pi}{2}, \\ -\cos x & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} ;$$

$$(5) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - k}{x - 3} & x > 3, \\ 2x - 3 & x \leq 3. \end{cases} ;$$

$$(6) \quad f(x) = \begin{cases} (x + k)^2 & x > 0, \\ -k & x = 0, \\ x + 2k - 1 & x < 0. \end{cases} .$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x};$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x};$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin x};$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x - 1};$$

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}.$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \ln(x^2 + 2x + 1) - 1}{x};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{\sin x} - 1}.$$

Esercizio 3. Studiare la continuità delle seguenti funzioni e classificare tutte le eventuali discontinuità:

$$(1) f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x \geq 1, \\ x + 1 & x < 1 \end{cases};$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & x > 0, \\ -x & x \leq 0 \end{cases};$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases};$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & x \neq 0, \\ 1 & x = 0 \end{cases};$$

$$(5) f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+2} & x < -2, \\ x & -2 \leq x \leq 0; \\ \frac{\sin 2x}{e^x - 1} & x > 0 \end{cases};$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & x \leq 3 \quad \wedge \quad x \neq 0, \\ 1 & x = 0 \\ \ln(x-3) & x > 3 \end{cases};$$

$$(7) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x+1} & x < -1, \\ \frac{1 - \cos \pi x}{x^2} & -1 \leq x < 0; \\ \frac{1}{2} & x \geq 0 \end{cases};$$

$$(8) f(x) = \begin{cases} \frac{e^x(e^x - 1)}{x(x-1)} & x \neq 0, 1, \\ 0 & x = 0, 1 \end{cases}.$$

Esercizio 4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, studiare la continuità al variare del parametro. Classificare tutte le eventuali discontinuità:

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x + k|x|}{x} & x \neq 0, \\ 2 & x = 0 \end{cases};$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - k}{x} & x > 0, \\ x + k & x \leq 0. \end{cases};$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + k^2 x)}{x} & x > 0, \\ k & x = 0 \\ \frac{x}{\sin kx} & x < 0. \end{cases}.$$