

**Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre**  
**Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici**  
**SCRITTO del 25 gennaio 2016**

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_  
MATRICOLA: \_\_\_\_\_ CORSO SINGOLO (scrivere SI'/NO): \_\_\_\_

**Attenzione:** Riportare le risposte negli spazi (se necessario utilizzando anche il retro dei fogli) e non consegnare altri fogli. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

**ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)**

Risolvere le seguenti disequazioni::

(1)

$$\frac{1}{1 - 2 \sin x} + \frac{1}{1 + 2 \sin x} \leq 0$$

(2)

$$\frac{x}{e^{2x} - 1} \geq 0$$

**ESERCIZIO 1 (6 punti)**

Date le successioni

$$a_n = \frac{(-3)^n - 3n!}{n! + (-e)^n} \quad \text{e} \quad b_n = \left( \frac{3n+1}{n+1} \right)^n$$

calcolare

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ;
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \ln(b_n)$ .

**ESERCIZIO 2 (6 punti)**

- (1) Dare la definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ .

- (2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3kx} - 1}{\sin x} & x > 0, \\ -9 & x = 0 \\ 2x - k^2 & x < 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di  $f(x)$  in  $x_0 = 0$  al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ . Classificare tutte le eventuali discontinuità.

**ESERCIZIO 3 (6 punti)**

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x+1}$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione. (Usare anche il retro del foglio)

**ESERCIZIO 4 (6 punti)**

(1) Enunciare il Teorema di Rolle per una funzione  $f(x)$  definita nell'intervallo  $[a, b]$ .

- Ipotesi:

- Tesi:

(2) Verificare che la funzione  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{9-x}$  soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo  $[0, 9]$  e determinare i punti nell'intervallo  $(0, 9)$  che soddisfano la tesi del Teorema di Rolle.

**ESERCIZIO 5 (6 punti)**

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} + 9} dx$$