Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre
Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici
SCRITTO del 15 febbraio 2016

NOME:____________________ COGNOME:____________________
MATRICOLA: ______________ CORSO SINGOLO (scrivere SI'/NO): ___

Attenzione: Riportare le risposte negli spazi (se necessario utilizzando anche il retro dei fogli) e non consegnare altri fogli. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)

$$\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+1>0$$

(2)

$$\sin(x+|x|)<0$$

ESERCIZIO 1 (6 punti)

Date le successioni

$$a_n = \frac{3^n - n^n}{n\cos(n) - n^2} \qquad \text{e} \qquad b_n = \sqrt[n]{\frac{1}{3^n} + \frac{1}{n^n}}$$

calcolare

(1) $\lim_{n\to\infty} a_n$;

(2) $\lim_{n\to\infty} b_n$;

(3) $\lim_{n\to\infty} b_n e^{a_n}$.

ESERCIZIO 2 (6 punti)

(1) Dare la definizione di discontinuità di II specie di una funzione in un punto x_0.

(2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x + k^2} & x > 0, \\ 2 & x = 0 \\ \dfrac{\ln(1-kx)}{\sin x} & x < 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di $f(x)$ in $x_0 = 0$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. Classificare tutte le eventuali discontinuità.

ESERCIZIO 3 (6 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = e^{\frac{3x}{x+1}}$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescenza e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione. (Usare anche il retro del foglio)

ESERCIZIO 4 (6 punti)

(1) Enunciare il Teorema di Lagrange per una funzione $f(x)$ definita nell'intervallo $[a, b]$.

- Ipotesi:

- Tesi:

(2) Verificare che la funzione

$$f(x) = \frac{6 - 2x}{x}$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Lagrange nell'intervallo $[2, 6]$ e determinare i punti nell'intervallo $(2, 6)$ che soddisfano la tesi del Teorema di Lagrange.

ESERCIZIO 5 (6 punti)

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \sin(\sqrt{x})\, dx$$