

Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre
Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici
SCRITTO del 29 marzo 2016

NOME: _____ COGNOME: _____
MATRICOLA: _____ CORSO SINGOLO (scrivere SI'/NO): ____

Attenzione: Inserire IN ALTO A SINISTRA di ciascun foglio protocollo che si consegnerà il proprio NOME, COGNOME e MATRICOLA. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)
$$\log_2 |x - 1| \leq 3$$

(2)
$$\sqrt{3} \sin 2x \geq -\cos 2x - 1$$

ESERCIZIO 1 (6 punti)

Date le successioni

$$a_n = \frac{e^n - n!}{n! - (-1)^n n^2} \quad \text{e} \quad b_n = \left(\frac{n^2 + 2}{n^2} \right)^n$$

calcolare

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n;$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n;$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{a_n}}{b_n - 1}.$

ESERCIZIO 2 (6 punti)

- (1) Dare la definizione di discontinuità di III specie di una funzione in un punto x_0 .
(2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+kx)}{e^{2x}-1} & x > 0, \\ 2 & x = 0 \\ |x^2 + kx + 2 - k| & x < 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di $f(x)$ in $x_0 = 0$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. Classificare tutte le eventuali discontinuità.

ESERCIZIO 3 (6 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{x-2}{x^2} \right)$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4 (6 punti)

Disegnare la regione di piano compresa tra i grafici delle curve $y = \sin x$, $y = \sin 2x$ e delle rette verticali $x = 0$ e $x = \pi$. Calcolarne l'area.

ESERCIZIO 5 (6 punti)

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1 + e^x}{1 - e^x} dx$$