

Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre
Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici
SCRITTO del 15 luglio 2016

NOME: _____ COGNOME: _____
MATRICOLA: _____ CORSO SINGOLO (scrivere SI/NO): ____

Attenzione: Inserire IN ALTO A SINISTRA di ciascun foglio protocollo che si consegnerà il proprio NOME, COGNOME e MATRICOLA. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)
$$\log_2(16 - 2^x) \leq 3$$

(2)
$$\sin x - 2 \cos^2 x + 1 < 0$$

ESERCIZIO 1 (6 punti)

Date le successioni

$$a_n = \frac{n^4 - n!}{\cos(n)n^2 - 2^n} \quad \text{e} \quad b_n = \sqrt[n]{2^n - n^3 + 1}$$

calcolare

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$;

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 1}{b_n - 3}$.

ESERCIZIO 2 (6 punti)

- (1) Dare la definizione di continuità di una funzione in un punto x_0 .
- (2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 + k - kx^2 & x < 0, \\ 3 & x = 0 \\ \frac{\log(1 + 3x)}{e^{kx} - 1} & x > 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di $f(x)$ in $x_0 = 0$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. Classificare tutte le eventuali discontinuità.

ESERCIZIO 3 (6 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = -\ln\left(\frac{1}{x^2 + 4}\right)$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4 (6 punti)

Disegnare la regione di piano compresa tra i grafici della curva $y = -\sqrt{x}$ e le rette di equazioni $y = x - 12$ e $y = 0$. Calcolarne l'area.

ESERCIZIO 5 (6 punti)

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{dx}{4 - e^x}$$