

Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre  
Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici  
SCRITTO del 16 settembre 2016

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_  
MATRICOLA: \_\_\_\_\_ CORSO SINGOLO (scrivere SI/NO): \_\_\_\_

**Attenzione:** Inserire IN ALTO A SINISTRA di ciascun foglio protocollo che si consegnerà il proprio NOME, COGNOME e MATRICOLA. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

**ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)**

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)  $\log_2(x^2 + x) \geq 4$

(2)  $\frac{\cos x}{2 \sin x + 1} > 0$

**ESERCIZIO 1 (6 punti)**

Date le successioni

$$a_n = \frac{n! + n^2 \sin n}{3^n + n^n} \quad \text{e} \quad b_n = \left(\frac{n+2}{n-1}\right)^{n+1}$$

calcolare

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ;

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ;

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n + 1}$ .

**ESERCIZIO 2 (6 punti)**

(1) Dare la definizione di discontinuità di III specie di una funzione in un punto  $x_0$ .

(2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + k & x > 0, \\ 0 & x = 0 \\ \frac{\sin^2(kx)}{x^2} & x < 0. \end{cases}$$

studiare la continuità di  $f(x)$  in  $x_0 = 0$  al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ . Classificare tutte le eventuali discontinuità.

**ESERCIZIO 3 (6 punti)**

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{3 + e^{-x}}$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione.

**ESERCIZIO 4 (6 punti)**

(1) Enunciare il Teorema di Rolle per una funzione  $f(x)$  definita nell'intervallo  $[a, b]$ .

- Ipotesi:

- Tesi:

(2) Verificare che la funzione

$$f(x) = \sqrt{3x^2 - x^3}$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo  $[0, 3]$  e determinare i punti nell'intervallo  $(0, 3)$  che soddisfano la tesi del Teorema di Rolle.

**ESERCIZIO 5 (6 punti)**

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x - \cos x - 2} dx$$