

Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre
Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16, Prof. Fabio Felici
SCRITTO del 9 novembre 2016

NOME: _____ COGNOME: _____
MATRICOLA: _____ CORSO SINGOLO (scrivere SI/NO): ____

Attenzione: Inserire IN ALTO A SINISTRA di ciascun foglio protocollo che si consegnerà il proprio NOME, COGNOME e MATRICOLA. Non è ammesso l'uso di calcolatrici, libri e appunti.

Nello svolgimento degli esercizi si chiede di dare indicazione del procedimento applicato e di motivare ogni singola risposta. Nel giudizio si terrà conto della chiarezza di esposizione.

ESERCIZIO 0 (RECUPERO DEBITO OFA)

Risolvere le seguenti disequazioni:

(1)

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} \leq 0$$

(2)

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 < 0$$

ESERCIZIO 1 (6 punti)

Date le successioni

$$a_n = \frac{n! + \sin(n)n^2}{2^n + (-1)^n} \quad \text{e} \quad b_n = \sqrt[n]{e^n + n^3 - 1}$$

calcolare

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$;

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$;

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$.

ESERCIZIO 2 (6 punti)

(1) Dare la definizione di punto di discontinuità di III specie per una funzione $f(x)$.

(2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x+k} & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ \frac{e^{kx}-1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

studiare la continuità di $f(x)$ in $x_0 = 0$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. Classificare tutte le eventuali discontinuità.

ESERCIZIO 3 (6 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

specificando: il dominio, eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui), gli intervalli di crescita e di decrescenza, gli estremi relativi (punti di massimo e minimo), gli intervalli di concavità e di convessità e i punti di flesso. Disegnare infine un grafico approssimativo della funzione.

ESERCIZIO 4 (6 punti)

Disegnare la regione di piano compresa tra i grafici della curva $y = \cos x$ e le rette di equazioni $y = -\frac{1}{2}$, $x = 0$ e $x = \frac{2}{3}\pi$. Calcolarne l'area.

ESERCIZIO 5 (6 punti)

Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$$