

Istituzioni di Matematiche, A. A. 2015/16
Prof. Fabio Felici
Corso di Laurea in Scienze Biologiche, Università degli studi Roma Tre

Foglio n° 5
STUDI DI FUNZIONE

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti funzioni, stabilire se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle e trovare tutte le ascisse che soddisfano la tesi del teorema di Rolle. (Attenzione: se una funzione non soddisfa le ipotesi di un teorema, non è detto che non soddisfi la tesi.)

- (1) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3$ nell'intervallo $[-1, 2]$;
- (2) $f(x) = 4x - x^3$ nell'intervallo $[0, 2]$;
- (3) $f(x) = x^3 - 4x^2$ nell'intervallo $[0, 4]$;
- (4) $f(x) = \sqrt{6 + x - x^2}$ nell'intervallo $[-2, 3]$;
- (5) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x + 1 & x > -1, \\ x^2 + 5x + 1 & x \leq -1. \end{cases}$ nell'intervallo $[-5, 0]$;
- (6) $f(x) = e^{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}$ nell'intervallo $[-1, 3]$.

Esercizio 2. Per ciascuna delle seguenti funzioni, stabilire se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Lagrange e trovare tutte le ascisse che soddisfano la tesi del teorema di Lagrange.

- (1) $f(x) = x + \cos x$ nell'intervallo $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$;
- (2) $f(x) = x^2 - x$ nell'intervallo $[-2, 2]$;
- (3) $f(x) = |x^2 - x|$ nell'intervallo $[-2, 2]$;
- (4) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5x + 2 & x > 1, \\ x^2 + x + 4 & x \leq 1. \end{cases}$ nell'intervallo $[-1, 2]$.

Esercizio 3. Determinare il dominio, gli eventuali asintoti, intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi relativi, intervalli di concavità e convessità, punti di flesso e disegnare un grafico approssimativo delle seguenti funzioni:

- (1) $f(x) = \frac{x+1}{x}$;
- (2) $f(x) = \frac{x-2}{3x}$;
- (3) $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 6}{x+1}$;
- (4) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 2}$;
- (5) $f(x) = \sqrt{4-x} - \sqrt{x}$;

$$(6) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - \frac{8}{x}};$$

$$(7) \quad f(x) = e^{\frac{x+2}{x}};$$

$$(8) \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{e^x};$$

$$(9) \quad f(x) = e^{-x} - e^{-3x};$$

$$(10) \quad f(x) = \sinh x;$$

$$(11) \quad f(x) = \arctan x;$$

$$(12) \quad f(x) = e^{-x^2}$$

$$(13) \quad f(x) = \log \left(\frac{x}{x-3} \right);$$

$$(14) \quad f(x) = \log \left(\frac{x^2}{x+2} \right);$$

$$(15) \quad f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2};$$

$$(16) \quad f(x) = x \log x;$$

$$(17) \quad f(x) = x^2 \log x;$$

$$(18) \quad f(x) = e^{\frac{1}{\log x}};$$

$$(19) \quad f(x) = \frac{\log x}{1 + \log x}.$$