GE110 Tutorato 7

a cura di Giordano Agostini, Giulia Salustri e Andrea Cattaneo

Università degli studi Roma Tre, Corso di Laurea in Matematica
Anno Accademico 2011/2012

1. Si determinino esplicitamente al variare del parametro k, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari, utilizzando in caso di soluzione unica il metodo di Cramer:

   (a) $\begin{cases} 2y + kz = 1 \\ kx + 2y = 2 \\ y + kz = 3 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} kx + z = k \\ ky + 3z = k \\ 2x + ky + z = k \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 3x + ky + 2z = 1 \\ 5x + ky + kz = 0 \\ x + kz = 1 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} x + kz + w = 1 \\ x + 2y + kz + w = 0 \\ z + 2w = 2 \\ x + kw = 0 \end{cases}$.

2. Si determinino le equazioni parametriche e cartesiane delle seguenti rette di $A^2(\mathbb{R})$ parallele a v e passanti per P:
   (a) $P = (1, 1)$, $v = (3, 1)$;
   (b) $P = (-2, 3)$, $v = (1000, -1000)$;
   (c) $P = \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$, $v = (2, 1)$.

3. Si stabilisca se le seguenti rette di $A^2(\mathbb{R})$ sono parallele o coincidenti, parallele e distinte, oppure incidenti; se sono incidenti, calcolare il loro punto di intersezione.
   (a) $r : x + 2y - 1 = 0$, $s : -x + y - 2 = 0$;
   (b) $r : 3x - 2y + 1 = 0$, $s := \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 4 + 6t \end{cases}$;
   (c) $r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \end{cases}$, $s : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = \frac{8}{3} + 2t \end{cases}$

4. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x^2\}$. Si mostri che A è uno spazio affine su $\mathbb{R}^2$. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Più in generale mostrare che l'insieme $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = f(x)\}$ è uno spazio affine su $\mathbb{R}^2$.

5. Sia $\mathbb{A}$ uno spazio affine reale di dimensione 3 in cui sia fissato un riferimento affine, e siano R_h, $S \subset \mathbb{A}$ le rette di equazioni (parametriche e cartesiane rispettivamente)
$$R_h : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - ht \\ z = 3 - t \end{cases} \qquad S : \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ x - 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$$
con $h \in \mathbb{R}$.

   - Si determini la posizione reciproca di R_h, S al variare di $h \in \mathbb{R}$, e si stabilisca se $R_h \neq S, \forall h \in \mathbb{R}$.
   - Per l'unico valore di h per cui R_h e S sono parallele, si determini il piano che le contiene entrambe.

6. Siano $r : x + y - 2 = 0$ e $s : 2x - y + 3 = 0$ due rette del piano affine reale Φ il fascio di rette passante per l'origine $O(0, 0)$. Trovare:

   - Il punto $P = r \cap s$.
   - Equazioni parametriche della retta $t \in \Phi$ passante per P.
   - Equazioni cartesiane della retta $u \in \Psi$ passante per $Q(1, 1)$, dove Ψ è il fascio improprio di rette parallele a t.
   - Il punto $R = s \cap u$.