

1) L'equazione $|\log(x+1)| = -e^x$ ha:

- A. 1 soluzione ; B. 0 soluzioni ;
C. 2 soluzioni D. infinite soluzioni
-

2) La funzione $f(x) = \frac{2}{x} - 3$

- A. è decrescente in $(-\infty, +\infty)$; B. è decrescente per ogni $x \neq 0$;
C. è crescente per ogni $x \neq 0$ D. è crescente per $x < \frac{2}{3}$
-

3) Date $f(x) = \log(1+x)$ e $g(x) = \cos(x)$, si consideri $H(x) = f(g(x))$. $H'(3)$ vale:

- A. $\frac{-\sin 3}{\cos 3}$ B. $\frac{\sin 3}{1+\cos 3}$ C. $\frac{1}{1+\cos 3}$ D. $\frac{-\sin 3}{1+\cos 3}$.
-

4) Calcolare i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 3x^3}{5x^3 + 7x^2} = \dots\dots\dots ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 3x^3}{5x^3 + 7x^2} = \dots\dots\dots$$

5) Calcolare il seguente limite di successione

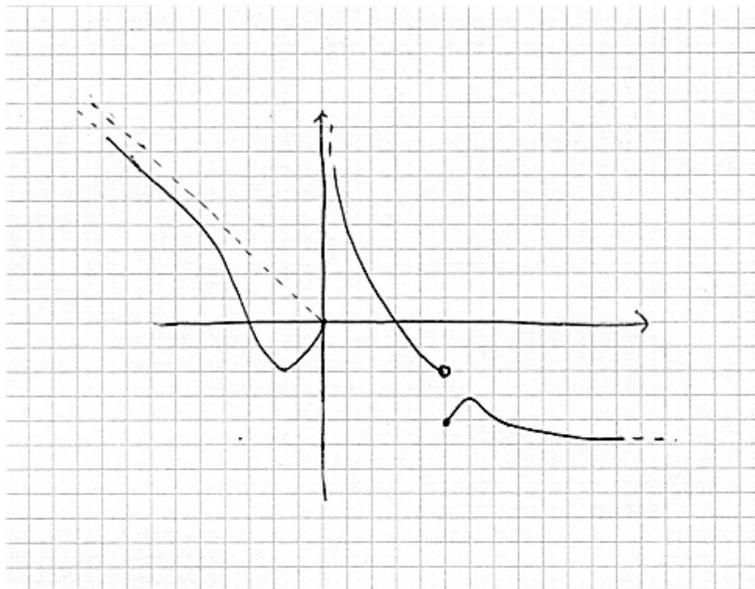
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n+1}{3n} \right)^{2n} = \dots$$

6) Studiare, al variare del parametro $a \geq 0$ la continuità e la derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Suggerimento: per la derivabilità, guardare il limite del rapporto incrementale.
Svolgimento:

7) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



1. Il dominio di definizione di $f(x)$ è:

2. Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \geq 0$: e $f'(x) \geq 0$:

3. Determinare le seguenti immagini di intervalli:

$$f((0, 3)) = \dots \quad f((-\infty, 0)) = \dots \quad f([6, +\infty)) = \dots$$

4. Determinare le seguenti contro-immagini:

$$f^{-1}(0) = \dots \quad f^{-1}((-5, -3]) = \dots \quad f^{-1}((0, +\infty)) = \dots$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \dots$$

6. Determinare i punti di discontinuità di f e stabilire se si tratta di discontinuità eliminabile. Giustificare la risposta.

7. Sapendo che $f(x) \sim -x$ per $x \rightarrow -\infty$ allora il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{3x} = \dots$

8) Calcolare, giustificando opportunamente i passaggi, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x^{-2}} \arctan x^2 - \arctan x^2}{\sin(x^{-2})}$$

Svolgimento: