

Tutorato Istituzioni di Matematica

20 Dicembre 2019

Esercizio 1. Si considerino le seguenti funzioni:

1. $f(x) = \frac{7}{x^2+1} - 3$;
2. $f(x) = \frac{1}{x^2+x-2}$;
3. $f(x) = e^{x^2-1}$;
4. $f(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$;

e determinarne:

- dominio;
- intersezione con gli assi;
- segno;
- simmetria;
- asintoti;
- massimi e minimi;
- concavità;

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2+2x}{2x^3-1} \right)^{2x^3}$;
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x - \sin x}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\sin x} \cos(x + \pi)$;
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x^2 + e^x}$;
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \log(1+x)}{(e^x - 1)x}$;
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^3 - 2x^5}$;
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$;

Esercizio 3. Riconoscere le eventuali discontinuità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } x \leq 4 \\ \sqrt{\frac{x}{2}} + 7 & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

Esercizio 4. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

1. $\frac{x \log x}{x + \log x}$;
2. $\frac{x}{\sin(x^2 - x + 2)}$;
3. $-\frac{x - 1 + \frac{2}{x}}{2x - 3 + \frac{3}{x}}$;
4. $(x^2 + 1)^{\log x}$;
5. $(\sin(\tan \sqrt{x}))^5$;

Esercizio 5. Si calcolino i seguenti limiti, dopo aver calcolato i polinomi di Taylor necessari:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{x}$;
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos x}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - x^2}{x^3}$;