

Tutorato di Istituzioni di Matematica  
29 novembre 2019

**Esercizio 1.** Quale tra le seguenti funzioni ha approssimativamente il grafico riportato?

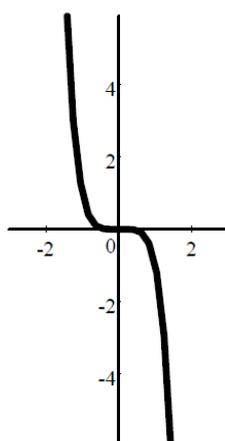


Figure 1: Esercizio 1

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $f(x) = x^2$ ;  | c) $f(x) = -x^5$ ; |
| b) $f(x) = -x^2$ ; | d) $f(x) = x^5$ ;  |

**Esercizio 2.** Si considerino le seguenti funzioni  $f(x)$ :

- |                             |                              |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $f(x) = - \log x  + 1$ , | c) $f(x) =  2^{x-1} - 1 $ ,  |
| b) $f(x) =  2^{x-1} - 1 $ , | d) $f(x) = \sqrt{ x } - 1$ . |

dati i seguenti grafici :

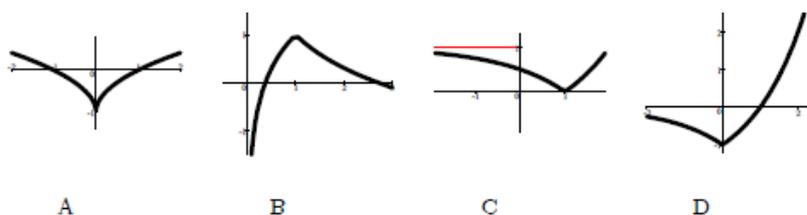


Figure 2: Esercizio 2

associarne uno ad ogni funzione e trovare le soluzioni di: **(1)**  $\sqrt{|x|} < 1$ , **(2)**  $|2^x - 1| \geq 1$ .

**Esercizio 3.** Utilizzando il grafico delle funzioni elementari coinvolte, risolvere per via grafica le seguenti disequazioni:

- |                     |                  |                      |
|---------------------|------------------|----------------------|
| a) $2^x + 1 \leq 0$ | b) $x > 4 - x^2$ | c) $\arctan x - x^2$ |
|---------------------|------------------|----------------------|

**Esercizio 3.** Disegnare il grafico di:

$$3.1 \quad f(x) = \begin{cases} x^4 - 2 & \text{per } x < 0 \\ |1 - x| & \text{per } 0 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} + 1 & \text{per } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{e dedurre:}$$

- \* intervalli di monotomia;
- \* intervalli di convessità;
- \* eventuali punti di massimo o minimo assoluti per f.

$$3.2 \quad f(x) = \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) & \text{per } x \leq 0 \\ e^{-x} - 1 & \text{per } x > 0 \end{cases} \quad \text{e dal grafico stabilire:}$$

- \* se f è limitata nel suo insieme di definizione;
- \* l'estremo superiore in  $(-\infty, 0)$ ;
- \* l'estremo inferiore in  $(0, +\infty)$ .

**Esercizio 4.** Disegnare il grafico e riconoscere le (eventuali) discontinuità delle seguenti funzioni:

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x < 0 \\ \frac{2x}{x-5} & \text{se } 0 \leq x < 5 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x \geq 5 \end{cases} \quad b) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+5)^2} & \text{se } x < -5 \\ 3x + 1 & \text{se } -5 \leq x \leq 5 \\ \frac{1}{\log(\sqrt{x}-2)} & \text{se } x > 5 \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori reali  $m$  e  $q$  la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + q & \text{se } x \leq -1 \\ mx + 4 & \text{se } x > -1 \end{cases} \quad \text{risulta continua in } \mathbb{R}. \text{ Successivamente, determinare } m \text{ e } q \text{ così da avere } f \text{ continua in } \mathbb{R} \text{ e } f(-2) = f(5).$$

**Esercizio 6.** 5.1 Dopo averne determinato l'insieme di esistenza, calcolare, quando possibile, la derivata delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ll} 1. f(x) = \frac{e^{2-x}}{1-3x} & 5. f(x) = \sqrt{e^x - 1} - x \\ 2. f(x) = \frac{e^{x^2}}{x-2} & 6. f(x) = e^{\frac{|x-2|}{x}} \\ 3. f(x) = \log\left(\frac{e^{2x}+3}{e^x+1}\right) & 7. f(x) = x \log|x| \\ 4. f(x) = \frac{2-x}{x^3+x^2} & 8. f(x) = \frac{e^{x-2}}{|1-x|} \end{array}$$

5.2 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{lll} 1. \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} & 4. \arctan(x^2 + 1) & 7. e^{\frac{x}{\log x}} \\ 2. e^{x^2+2x} + \cos(x \log x) & 5. \frac{\sin x}{\cos x - 1} & 8. \frac{x^2 + \cos x}{e} x^{x+1} \\ 3. \frac{2x+1}{1-3x} \cos x & 6. \log|x + \sin x| & 9. (x^2 + 1)^{\log x} \end{array}$$

**Esercizio 7.** Scrivere le equazioni delle rette tangenti alle seguenti curve nei punti  $x_0$  indicati a fianco:

$$1) f(x) = e^x \quad x_0 = 0 \quad 2) f(x) = \sqrt[5]{x} \quad x_0 = 0 \quad 3) f(x) = \sin x \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$$

**Esercizio 8.** Calcolare i seguenti limiti:

$$\begin{array}{ll} 1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(1+x^2) - \frac{\pi}{4}}{\sin x} \\ 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^x + 4x - 1}{4x^2 - 5x + 1} & 4. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\log(x+1))}{\log(x)} \end{array}$$