

Tutorato di Istituzioni di Matematica
Sviluppi di Taylor
5 dicembre 2019

Esercizio 1. Utilizzando gli sviluppi fondamentali, calcolare gli sviluppi di McLaurin (con resto di Peano delle funzioni seguenti fino all'ordine n indicato:

- 1) $f(x) = \ln(1 + 3x)$ ($n = 3$);
- 2) $f(x) = \cos(x^2)$ ($n = 10$);
- 3) $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ ($n = 3$);
- 4) $f(x) = \sin(x^2) - \sinh(x^2)$ ($n = 6$);
- 5) $f(x) = e^{x^3} - 1 - \sin(x^3)$ ($n = 12$);
- 6) $f(x) = (e^{3x} - 1) \sin 2x$ ($n = 12$);
- 7) $f(x) = (e^{-x} - 1)^3$ ($n = 4$);

Esercizio 2. Calcolare lo sviluppo di Taylor con resto di Peano delle seguenti funzioni nel punto x_0 indicato e fino all'ordine n richiesto:

- 1) $f(x) = e^x$, $x_0 = -1$, ($n = 3$);
- 2) $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, ($n = 5$);
- 3) $f(x) = 2 + x + 3x^2 - x^3$, $x_0 = 1$, ($n = 2$);
- 4) $f(x) = f(x) = \ln x$, $x_0 = 2$, ($n = 3$);

Esercizio 3. Utilizzando gli sviluppi di Taylor, calcolare i seguenti limiti:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 + \ln(1-x)}{\tan x - x}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} \cos x - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \arctan x) + 1 - e^{x^2}}{\sqrt{1+2x^4} - 1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - x^2 \ln(1 + \sin \frac{1}{x}))$;