

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.I. in Scienze Biologiche, **Primo esonero**

19 novembre 2019 dott. J. E. Massetti, durata: **90 minuti**

E' consentito l'uso di appunti, libri e bianchetto. Non è consentito l'uso di calcolatrice e telefoni, smart o non smart. Versione **A**

1) L'equazione $e^x = \cos x$ ha:

- A. 1 soluzione ; B. 0 soluzioni ;
C. 2 soluzioni; D. infinite soluzioni
-

2) Il valore della funzione $f(x) = \arctan(x^2 - 3x)$ nel suo punto di minimo è:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\arctan(-\frac{9}{4})$
C. $\arctan(\frac{27}{4})$ D. 0
-

3) Siano $f(x) = x^3$ e $g(x) = \sin(2x + 3)$ e sia $F(x) = (f \circ g)(x)$. Allora, $F'(0)$ vale:

- A. $3 \sin^2 3 \cos 3$; B. $6 \sin^2 3 \cos 3$; C. $3 \sin 3 \cos^2 3$; D. $6 \sin 3 \cos^2 3$.
-

4) La funzione $f(x) = 2^x + 3$ è invertibile sulla sua immagine. Il valore di $f^{-1}(50)$ è:

- A. $\frac{1}{2^{50+3}}$; B. $\ln 47$; C. $\log_2 47$; D. $\log_2 53$.
-

4) (2+2 punti) Calcolare i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi^{x+1} + x^\pi}{\pi^x + \log_\pi x} = \dots \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\pi^{x+1} + x^\pi}{\pi^x + \log_\pi x} = \dots$$

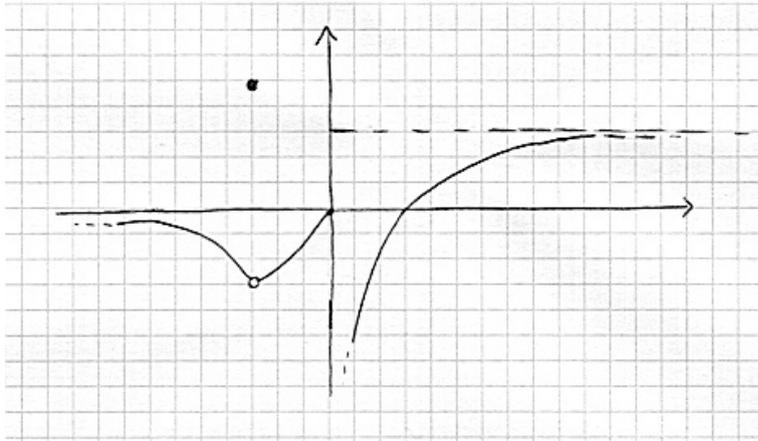
5) Calcolare il seguente limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \log_2 \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) = \dots$$

6) Sotto i seguenti limiti, disegnare il grafico di una funzione che li soddisfi

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$$

7) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



1. Il dominio di definizione di $f(x)$ è:

2. Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \leq 1$: e $f'(x) \leq 0$:

3. Determinare le seguenti immagini:

$$f((-3)) = \dots \quad f((-\infty, -3)) = \dots \quad f([0, +\infty)) = \dots$$

4. Determinare le seguenti contro-immagini:

$$f^{-1}(0) = \dots \quad f^{-1}((3, +\infty)) = \dots \quad f^{-1}((-\infty, 3)) = \dots$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots$$

6. L'estremo superiore di f è $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \dots$

7. Determinare i punti di discontinuità di f e stabilire se si tratta di discontinuità eliminabile. Giustificare la risposta.

8) Sia f la funzione così definita

$$f(x) = \frac{\sin(x-3) \log(1+x^2)}{x^3 - 3x^2}.$$

Giustificando rigorosamente ogni passaggio,

- determinare il dominio di f
- stabilire se f ammetta un prolungamento per continuità negli eventuali punti esterni al dominio e, in caso affermativo, scrivere tale prolungamento di f .

Svolgimento: