

Istituzioni di Matematica
Esonero del 11 gennaio 2019

Risolvere i seguenti esercizi giustificando opportunamente i passaggi
È consentito l'uso di appunti, libri e sbianchetto. **Non è** consentito l'uso di
calcolatrici, tablet, telefoni smart o non smart.

Esercizio 1 (10 punti). Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

- (1) Determinare il dominio di f
- (2) Determinare l'immagine di $(0, +\infty)$
- (3) Determinare il valore di: $f'(-3)$, $f(3)$ e $f^{-1}(3)$
- (4) Determinare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$$

- (5) Determinare il segno di $f''(x)$ per gli $x \in (0, +\infty)$

Esercizio 2 (6 punti). Scrivere lo sviluppo di Taylor all'ordine $n = 4$, con resto di Peano, della funzione $\ln(1 + x^2)$ in $x_0 = 0$ e calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \ln(1 + x^2)}{x^4}.$$

Esercizio 3 (5 punti). Determinare la funzione $F(x)$ tale che $F'(x) = x^2 e^{x^3}$ e $F(5) = 2$.

Esercizio 4 (5 punti). Sia data la funzione $f(x) = \frac{x+1}{x^2-3}$

(a) Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(b) Determinare i punti di massimo/minimo relativo

(c) Determinare $\int f(x) dx$

Esercizio 5 (6 punti). Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x \log t \\ x(2) = 1 \end{cases}$$