

Istituzioni di Matematica
Esonero del 16 novembre 2018 - Versione C

Risolvere i seguenti esercizi giustificando opportunamente i passaggi facendo appello agli eventuali teoremi, limiti notevoli, gerarchie di infinito o equivalenze asintotiche usate.

È consentito l'uso di appunti, libri e sbianchetto. **Non è consentito** l'uso di calcolatrici, tablet, telefoni smart o non smart.

Esercizio 1 (10 punti). Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

- (1) Determinare il dominio di f
- (2) Determinare l'intervallo o l'unione di intervalli in cui $f'(x) \leq 0$
- (3) Determinare i punti di discontinuità di f e dire se si tratta di punti di discontinuità eliminabile
- (4) Determinare la contro immagine di $[-1, +\infty)$, l'immagine di $(-4, 0)$ e
$$\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -6} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$
- (5) Dopo averne ricordato la definizione, stabilire i punti di massimo e minimo relativi di f
- (6) Determinare gli x per cui l'equazione $f(x) = -1$ è soddisfatta

Esercizio 2 (5 punti). Calcolare i seguenti limiti di successione (si ricorda che la notazione "log x " indica il logaritmo naturale di x)

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} \log \left(\frac{\sqrt{n} + 5}{\sqrt{n}} \right) \quad 2. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n^3}\right) - \tan\left(\frac{1}{n^3}\right)}{\left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^3}\right)\right)^2}$$

Esercizio 3 (5 punti). Calcolare i seguenti limiti di funzione

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^3} - 1) \arctan(x^6 - 3x^3)}{x^8 + 5x^6} \quad 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(3 + x^2)}{x^2}$$

Esercizio 4 (4 punti). Stabilire per quali valori di k la seguente funzione è continua

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 - 8x + 16)}{x - 4} & x \neq 4 \\ k - 2 & x = 4 \end{cases}$$

Esercizio 5 (5 punti). Calcolare, seguendo le regole di derivazioni note, la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = (1 - \sqrt[3]{x})^2, \quad g(x) = (5 \sin x) \arctan f(x)$$

Esercizio 6 (5 punti). Dimostrare che la funzione

$$f(x) = e^{\sin^2 x}$$

non ammette limite per $x \rightarrow +\infty$.

Suggerimento: ricordarsi della definizione data di limite di funzioni tramite successioni.