

ISTITUZIONI DI MATEMATICA
ESERCIZI SUI LIMITI

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti.

Tra parentesi quadre sono indicate le risposte.

Si ricorda che qualora si volessero utilizzare relazioni asintotiche che non discendono direttamente dai limiti notevoli dati (cf. appunti del corso e note relative), esse devono essere dimostrate.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 6x^{10}}{e^x} \quad [+\infty]$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^3}{x^2+1} \quad [0]$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{3(x-2)(x+2)} \quad \left[\frac{1}{3}\right]$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x)}{x} \quad [0]$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{4x^4}\right)^{x^4-2x} \quad \left[e^{\frac{1}{4}}\right]$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^x \quad [1]$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^3+3x) \sin(x^4+x)}{1-\cos(2x)} \quad \left[\frac{3}{2}\right]$

h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \log\left(\frac{1}{x}\right) \quad [0]$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5 \log_2(1+x^3)}{x^8+10x^{10}} \quad \left[\frac{1}{\log 2}\right]$

j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x^3}{\sqrt{x}} \quad [0]$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1+x}}{\sin x} \quad \left[-\frac{1}{2}\right]$

l) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos(x-\frac{\pi}{2})}{(\frac{\pi}{2}-x)^4} \quad [+\infty]$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \log(1+x^{-3}) \quad [1]$

n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan x}{x} \quad [0]$

o) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^2 \cos \frac{1}{1-x} \quad [0]$

p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^{2x^2})+2x}{x^2} \quad [2]$

Esercizio 2. Dimostrare che la funzione $\log(2 + \sin x)$ non ammette limite per $x \rightarrow +\infty$.