

**ISTITUZIONI DI MATEMATICA (Scienze Biologiche) A.A. 2018/19**  
**Esame Scritto del 23 Aprile 2019**

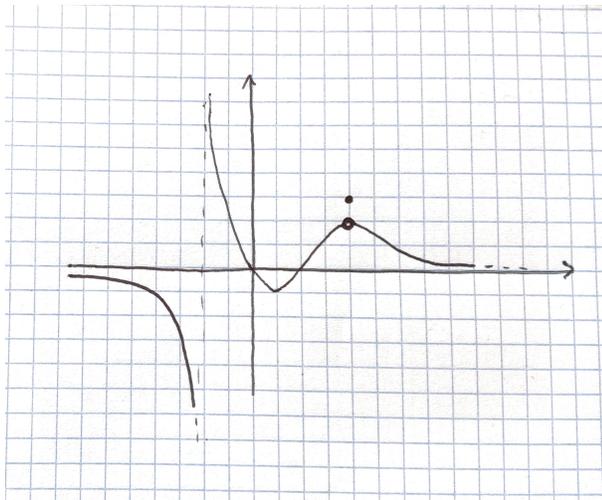
Cognome: .....Nome:.....

Risolvere i seguenti esercizi nello spazio a disposizione, giustificando opportunamente i passaggi  
**È consentito** l'uso di appunti, libri e sbianchetto. **Non è consentito** l'uso di calcolatrici, tablet, telefoni smart o non smart.

---

---

**Esercizio 1. (12 punti)** Sia  $f(x)$  la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



1. Determinare il dominio di  $f$ .
2. Determinare l'immagine degli intervalli  $(4, +\infty)$ ,  $(-2, 0]$  e  $(-\infty, -2)$
3. Determinare la contro-immagine degli intervalli  $(-\infty, 0]$  e  $[2, +\infty)$
4. Determinare i punti di discontinuità e dire se si tratta di discontinuità eliminabile oppure no.
5. Determinare

$$f(0) = \quad f'(1) = \quad f(4) =$$

e

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

**Esercizio 2. (8 punti)** Sia  $f(x) = \ln(x^2 + 2)$

1. Determinare il dominio di  $f(x)$ .
2. Calcolare i massimi/minimi relativi
3. Calcolare i punti di flesso e determinare gli intervalli in cui  $f$  è concava/convessa

**Esercizio 3. (6 punti)**

1. Scrivere lo sviluppo di Taylor in  $x = 0$  arrestato all'ordine 6, con resto di Peano, della funzione  $f(x) = \sin x^2$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x^2}{x^6}$$

**Esercizio 4. (6 punti)** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 t \ln(t^2 + 2) \\ x(1) = 2 \end{cases}$$