

Istituzioni di Matematica
Scritto del 11 febbraio 2019

Risolvere i seguenti esercizi giustificando opportunamente i passaggi
È consentito l'uso di appunti, libri e sbianchetto. **Non è** consentito l'uso
di calcolatrici, tablet, telefoni smart o non smart.

Esercizio 1 (11 punti). Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresen-
tato in figura.

- (1) Determinare il dominio di f
- (2) Determinare l'immagine di $(-2, +\infty)$, $(-4, -2)$ e di $x = -3$
- (3) Determinare la contro immagine di 0 e dell'intervallo $(0, 3)$
- (4) Determinare

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

- (5) Sapendo che $f(x) \sim x^3$ per $x \rightarrow 0$, determinare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x^3}{f(x)}$

Esercizio 2 (8 punti). Sia data la funzione $f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$

- (1) Determinarne il dominio, il segno e calcolare $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$
- (2) Studiarne la monotonia ed individuare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo
- (3) Tracciare un grafico qualitativo

Esercizio 3 (6 punti). Sia $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione così definita

$$f(x) = x^4 \sin \frac{1}{x}.$$

Stabilire se essa possa essere prolungata con continuità anche in $x = 0$ e scriverne la sua eventuale estensione continua.

Esercizio 4 (6 punti). Sia

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x + 1}$$

- (1) Calcolare $\int f(x) dx$.
- (2) Determinare la primitiva $F(x)$ tale che $F(10\pi) = 3$.